|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH****LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2023 - 2024****Môn: TOÁN****Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề***(Đề thi có 03 trang)* |

***Lưu ý:***

*- Thí sinh lựa chọn đáp án phần trắc nghiệm khách quan* ***chỉ có một*** *lựa chọn đúng.*

*- Thí sinh làm bài thi (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) trên tờ giấy thi;* ***không*** *làm bài trên đề thi.*

**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (8,0 ĐIỂM).**

**Câu 1:** Biết Giá trị  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 2:** Cho  Giá trị  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ ,cho đường thẳng . Gọi là giá trị của  để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng  là lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ ,cho hai đường thẳng  và  Gọi  là giao điểm của và  và  lần lượt là giao điểm của  và  với trục hoành. Giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 5:** Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau  Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm  so với lúc đi nên thời gian về ít hơn thời gian đi là  phút. Vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol  Trên  lấy hai điểm  lần lượt có hoành độ là  và  Diện tích tam giác  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 7:** Cho phương trình  với  là tham số. Biết rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt  khi  đạt giá trị lớn nhất thì , Tổng  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 8:** Cho phương trình  Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để phương trình có nghiệm là số hữu tỉ?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 9:** Cho tam giác  vuông tại  có  Điểm  thuộc cạnh  sao cho  Điểm  thuộc tia sao cho  Gọi  là giao điểm của  và . Biết  Tổng  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 10:** Cho đường tròn  nội tiếp trong hình thang cân  (đáy lớn ). Đường tròn tiếp xúc với hai cạnh bên của hình thang lần lượt tại hai điểm  Biết  Chu vi của hình thang bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  |  **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 11:** Cho hình lập phương  Biết đường chéo  Thể tích của khối lập phương  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 12:** Cho ba đường tròn  có bán kính bằng nhau và bằng , đôi một tiếp xúc ngoài nhau. Một đường tròn chứa ba đường tròn  và tiếp xúc với ba đường tròn đó lần lượt tại ba điểm . Chu vi của tam giác bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  |  **D.**  |

**Câu 13:** Cho tam giác  vuông tại  đường cao  đường trung tuyến  đường phân giác

trong  của góc  của tam giác  Biết rằng  và diện tích tam giác  là  Giá trị của  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 14:** Cho điểm  nằm trong đường tròn  Dây cung  của  đi qua  Biết  và  Tích  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**   | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**Câu 15:** Cho nửa đường tròn đường kính  Điểm  di động trên nửa đường tròn . Gọi  là hình chiếu của điểm  lên  Gọi  và  lần lượt là hình chiếu của lên  và  Giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  |  **D.**  |

**Câu 16:** Một nhóm bạn đi câu cá. Bạn câu được ít nhất câu được  tổng số cá mà cả nhóm câu được, bạn câu được nhiều nhất câu được  tổng số cá mà cả nhóm câu được. Biết rằng số cá câu được của mỗi bạn là khác nhau. Số người của nhóm đi câu cá là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.**  | **B.**  | **C.**  | **D.**  |

**B. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)**

**Câu 1 (3,0 điểm).**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  thỏa mãn 
2. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên  sao cho  là số nguyên tố.

**Câu 2 (4,0 điểm).**

1. Giải phương trình: 
2. Cho  là các số thực dương thỏa mãn 

Chứng minh rằng: 

1. Cho  là đa thức bậc  thỏa mãn  và .

Xác định đa thức 

**Câu 3 (4,0 điểm).** Cho tam giác  nhọn có trực tâm  và nội tiếp trong đường tròn  Gọi  tương ứng là chân các đường cao của tam giác  kẻ từ  Tia  cắt tại  gọi  tương ứng là hình chiếu của  trên các cạnh 

1. Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác 
2. Chứng minh 
3. Khi điểm  di động trên dây cung  cố định sao cho tam giác  nhọn. Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài của góc  cắt  lần lượt tại hai điểm  Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đường phân giác trong của  tại điểm thứ hai là  Chứng minh rằng đường thẳng  luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 4 (1,0 điểm).**Cho các số thực dương  thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**🙢 HẾT 🙠**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **🕮☞ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ☜🕮****KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH****LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2023 - 2024****Môn: TOÁN****1. Phần trắc nghiệm khách quan:** Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu 1** | **Câu 2** | **Câu 3** | **Câu 4** | **Câu 5** | **Câu 6** | **Câu 7** | **Câu 8** |
| **D** | **B** | **B** | **C** | **D** | **B** | **A** | **B** |
| **Câu 9** | **Câu 10** | **Câu 11** | **Câu 12** | **Câu 13** | **Câu 14** | **Câu 15** | **Câu 16** |
| **D** | **A** | **A** | **C** | **A** | **B** | **D** | **C** |

**2. Phần tự luận****Câu 1 (3,0 điểm).** 1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  thỏa mãn
2. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên  sao cho  là số nguyên tố.

**Lời giải**

|  |
| --- |
| ***a)* Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  thỏa mãn**  |
| Ta có  |
| Phương trình với  là ẩn, là tham số, ta có: |
|  |
| TH1. : Phương trình vô nghiệm. |
| TH2.  |
| TH3.  |
| Vậy có  cặp số nguyên dương  thỏa mãn là   |
| ***b)* Tìm tất cả các cặp số tự nhiên  sao cho  là số nguyên tố.** |
|  |
| Vì **,** và  là số nguyên tố nên  |
| Thử lại: Với là số nguyên tố.Vậy:  |

**Câu 2 (4,0 điểm).** 1. Giải phương trình:
2. Cho  là các số thực dương thỏa mãn

Chứng minh rằng: 1. Cho là đa thức bậc  thỏa mãn  và . Xác định đa thức

**Lời giải**

|  |
| --- |
| **a) Giải phương trình:**  |
|  +) Điều kiện:  |
| : không là nghiệm của phương trình |
| : Chia cả hai vế của phương trình cho , ta được: |
| Đặt: . |
| Ta được phương trình:  |
| : loại do điều kiện  (thỏa mãn điều kiện).Vậy  và  là hai nghiệm của phương trình. |
| **b)** **Cho  là các số thực dương thỏa mãn** **Chứng minh rằng:**  |
|  |
| Từ (1) và (2) suy ra Từ (2) và (3) suy ra Thế (5) vào (4) ta có  (6) |
| Suy ra (do )Thế vào (2) suy ra Thế vào (6) suy ra Vậy ta có   |
| **c) Cho là đa thức bậc**  **thỏa mãn  và . Xác định đa thức**  |
| Ta thấy:  (vì ) |
| Do   |
| Ta có:  |
| Suy ra Vậy đa thức  |

**Câu 3 (4,0 điểm).** Cho tam giác nhọn có trực tâm và nội tiếp trong đường tròn Gọi tương ứng là chân các đường cao của tam giác kẻ từ Tia  cắt  tại gọi  tương ứng là hình chiếu của trên các cạnh 1. Chứng minh rằng tam giác đồng dạng với tam giác
2. Chứng minh rằng

c) Khi điểm di động trên dây cung  cố định sao cho tam giác  nhọn. Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài của góc  cắt  lần lượt tại hai điểm  Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đường phân giác trong của  tại điểm thứ hai là  Chứng minh rằng đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định.**Lời giải**

|  |
| --- |
| **a) Chứng minh rằng giác  đồng dạng với tam giác**  |
|  |
| Tứ giác  nội tiếp Tứ giác nội tiếpSuy ra  (1) |
| Ta có   |
| Tứ giác  nội tiếp Tứ giác nội tiếpSuy ra  (2)Từ (1) và (2) suy ra tam giác đồng dạng với tam giác  |
| **b) Chứng minh rằng**  |
| Ta có  |
| Ta có  |
| Vì tam giác đồng dạng với tam giác  suy ra  |
| Vậy  |
| **c) Khi điểm  di động trên dây cung  cố định sao cho tam giác  nhọn. Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài của góc  cắt  lần lượt tại hai điểm  Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đường phân giác trong của  tại điểm thứ hai là  Chứng minh rằng đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định.** |
|  |
| Ta có  và ( tứ giác nội tiếp).Do đó Suy ra tam giác cân  |
| Lại có, là phân giác trong  Suy ra là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác Suy ra Gọi là giao điểm của và là giao điểm của và  Suy ra tứ giác là hình bình hành. Ta có đi qua trung điểm của  (1) |
| Lại có, là điểm chính giữa Do đó, tam giác cân tại Tương tự   |
| Ta có tam giác đồng dạng tam giác Suy ra Từ (1) và (2) suy ra  đi qua điểm trung điểm của đoạn  mà  cố định nên là điểm cố định. |

**Câu 4 (1,0 điểm).**Cho các số thực dương  thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  **Lời giải**

|  |
| --- |
| Ta có: . Đẳng thức xảy ra khi  . Đẳng thức xảy ra khi  Suy ra Do đó  |
| Tương tự ; Cộng vế với vế của các bất đẳng thức trên ta có  |
| Theo bất đẳng thức Cô si ta có  Suy ra  Đẳng thức xảy ra khi  Tương tự ta có |
| Mặt khác ta có nên từ giả thiết, ta có  Suy ra Vậy giá trị nhỏ nhất của  bằng  Dấu “=” xảy ra khi   |

**……….Hết……….** |