**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TỈNH TÂY NINH**

**MÔN TOÁN – LỚP 9 – NĂM HỌC 2021-2022**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho là các số tự nhiên sao cho là một số chính phương. Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho là các số tự nhiên thỏa mãn . Tìm dư của phép chia cho 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Cho parabol và đường thẳng là tham số). Tìm các giá trị nguyên của để cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số dương.
2. Giải phương trình 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Cho là số thực thỏa mãn . Rút gọn biểu thức :



1. Cho lần lượt là độ dài các cạnh của một tam giác và thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu 4. (4.0 điểm)**

1. Cho tam giác vuông tại A có trọng tâm và là đường phân giác của Biết . Tính 
2. Cho hình vuông Gọi lần lượt là trung điểm của các cạnh và là giao điểm của Chứng minh tam giác cân

**Câu 5. (4,0 điểm)**

1. Cho điểm nằm ngoài đường tròn tâm O. Từ điểm vẽ các tiếp tuyến với và C là các tiếp điểm). Gọi là trung điểm của cắt tại điểm D (D khác C). Tính 
2. Cho tam giác có trọng tâm và có diện tích bằng Xét đường thẳng thay đổi đi qua điểm và cắt các cạnh của tam giác lần lượt tại và E. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích các tam giác và 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. **Cho là các số tự nhiên sao cho là một số chính phương. Tính giá trị của biểu thức **

Đặt 

Ta có 

Mà 

Ta lại có : là các số chính phương liên tiếp

Suy ra 

Do đó 

1. **Cho là các số tự nhiên thỏa mãn . Tìm dư của phép chia cho **

Ta có 

Do chia hết cho 6

Nếu chia cho 5 được dư thì chia hết cho 5

Nếu chia cho 5 dư 2 thì chia hết cho 5

Nếu chia cho 5 được dư là 3 thì chia hết cho 5

Do nên đều chia hết cho 30

Khi đó 

Vậy dư của phép chia cho 30 là 12

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. **Cho parabol và đường thẳng là tham số). Tìm các giá trị nguyên của để cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số dương.**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình 

Yêu cầu bài toán được thỏa khi có hai nghiệm phân biệt đều dương. Điều này xảy ra khi :  


Do m nguyên nên từ (2) suy ra 

Lần lượt thay vào ta thấy thỏa mãn

1. **Giải phương trình **

Điều kiện . Phương trình đã cho tương đương với :



Vậy 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. **Cho là số thực thỏa mãn . Rút gọn biểu thức :**

****

Ta có 



Do 

Vậy 

1. **Cho lần lượt là độ dài các cạnh của một tam giác và thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Ta có : 

Tương tự : 

Từ đó suy ra . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . Do nên ta có :



Khi đó 

Hay 

Ta lại có : . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Suy ra   
Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu 4. (4.0 điểm)**

1. **Cho tam giác vuông tại A có trọng tâm và là đường phân giác của Biết . Tính **

****

Đặt là trung điểm của và E là trung điểm của 

Do nên cân tại E, suy ra 

Do nên cân tại M, suy ra 

Từ (1) và (2) suy ra . Khi đó 

Do tính chất phân giác, ta có Suy ra hay 

1. **Cho hình vuông Gọi lần lượt là trung điểm của các cạnh và là giao điểm của Chứng minh tam giác cân**

****

Đặt là trung điểm của là giao điểm của và DN

Ta có tứ giác là hình bình hành (vì và nên 

Suy ra là đường trung bình của tam giác hay H là trung điểm của 

Do đó là đường trung tuyến của tam giác (3)

Ta lại có (vì mà 

Suy ra hay 

Từ (3), (4) suy ra vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên cân tại H

**Câu 5. (4,0 điểm)**

1. **Cho điểm nằm ngoài đường tròn tâm O. Từ điểm vẽ các tiếp tuyến với và C là các tiếp điểm). Gọi là trung điểm của cắt tại điểm D (D khác C). Tính **

****

Đặt là điểm đối xứng của C qua M

Do (là hình bình hành) và (cùng chắn cung hay 



1. **Cho tam giác có trọng tâm và có diện tích bằng Xét đường thẳng thay đổi đi qua điểm và cắt các cạnh của tam giác lần lượt tại và E. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích các tam giác và **

****

Đặt M là trung điểm của BC. Kẻ cùng song song với Kẻ cùng vuông góc với (dt: diện tích

Ta có : . Ta lại có :



Khi đó : 



Mà đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 





Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích các tam giác bằng 