**CHUYÊN ĐỀ 5: GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI**

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.**

**I. Định nghĩa:**

Với mọi số a ta có: 

Giá trị tuyệt đối của số a là khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số

**II. Tính chất:**

1. Nếu 

2. Nếu 

3. Nếu 

4. Nếu 

5. Giá trị tuyệt đối của mọi số thực đều không âm. (  với mọi 

6. Hai số bằng nhau hoặc đối nhau thì có giá trị tuyệt đối bằng nhau, và ngược lại hai số có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì chúng là hai số bằng nhau hoặc đối nhau.

7. Mọi số đều lớn hơn hoặc bằng đối của giá trị tuyệt đối của nó và đồng thời nhỏ hơn hoặc bằng giá trị tuyệt đối của nó. và 

8. GTTĐ của một số thực luôn lớn hơn bằng chính nó;lớn hơn bằng số đối của nó.

9. Trong hai số âm số nào nhỏ hơn thì có giá trị tuyệt đối lớn hơn. 

10. Trong hai số dương số nào nhỏ hơn thì có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 

11. Giá trị tuyệt đối của một tích bằng tích các giá trị tuyệt đối. 

12. Giá trị tuyệt đối của một thương bằng thương hai giá trị tuyệt đối. 

13. Bình phương của giá trị tuyệt đối của một số bằng bình phương số đó. 

14. Giá trị tuyệt đối của một tổng không lớn hơn tổng các giá trị tuyệt đối . viết ngược lại  dấu ‘=” xảy ra

15 Giá trị tuyệt đối của một hiệu không nhỏ hơn hiệu các giá trị tuyệt đối . viết ngược lại  dấu ‘=” xảy ra

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP**

**VẤN ĐỀ 1: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC CHỨA GTTĐ**

**I. Phương pháp giải.**

Với biểu thức chứa GTTĐ ta có thể bỏ dấu GTTĐ rồi thực hiện phép tính, hoặc tìm giá trị của biến rồi thay vào biểu thức để tính giá trị.

**II. Bài toán**

**Bài 1.1**Tìm giá trị của các biểu thức sau:

1. với 
2. , Với 

*Lời giải*

a) Với  ta có 

Vậy khi  thì C có giá trị là : -8

b) Vì 

TH1 : 

TH2 : 

Vậy khi  thì A có giá trị là  hoặc 

**III. Bài tập áp dụng:**

**Bài 1.2**: Tìm giá trị của các biểu thức sau:

a) với 

b)  với 

*Lời giải*

a) Với ta có: 

Vậy với  thì A có giá trị : -5

b) 

Với , ta có: 

Với , ta có: 

Vậy với  thì B có giá trị là  hoặc .

**VẤN ĐỀ 2 : RÚT GỌN BIỂU THỨC**

**I. Phương pháp giải.**

Để rút gọn biểu thức chứa GTTĐ, ta thực hiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối rồi rút gọn.

Chú ý hai trường hợp  và , khi đó:

**II . Bài toán:**

**Bài 1.1:** Phá giá trị tuyệt đối:

*Lời giải*

Ta có: 

**Bài 1.2:** Rút gọn biểu thức:

a)b)

*Lời giải*

a) Nếu 

Nếu 

b) Ta có bằng xét dấu sau :

|  |  |
| --- | --- |
|  | 2 3 |
|  | - 0 + / + |
|  | - / - 0 + |

Khi đó ta có :

Nếu 

Nếu 

Nếu 

**III. Bài tập áp dụng:**

**Bài 1.3:** Phá giá trị tuyệt đối:

a) b)

*Lời giải*

a) Nếu  thì 

Nếu  thì 

b)Nếu thì 

Nếu thì 

**Bài 1.4**: Rút gọn biểu thức sau:

a) 

b) 

c) 

d) 

*Lời giải*

a)  nếu 

 nếu 

b)  nếu 

 nếu 

c)  nếu 

 nếu 

d) Ta có bằng xét dấu sau :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | - / - 0+ |
|  | - 0+/ + |

Khi đó ta có :

Nếu 

Nếu 

Nếu 

**VẤN ĐỀ 3: TÌM X TRONG DẤU GTTĐ**

**1. Dạng 1**: **(Trong đó A(x) là biểu thức chứa x, k là một số cho trước )**

**I. Phương pháp giải.**

- Nếu k < 0 thì không có giá trị nào của x thoả mãn đẳng thức( Vì giá trị tuyệt đối của mọi số đều không âm )

- Nếu k = 0 thì ta có 

- Nếu k > 0 thì ta có: 

**II. Bài toán.**

**Bài 1.1:**Tìm x, biết:

a) b)

*Lời giải*

a)

b)

**III. Bài tập áp dụng.**

**Bài 1.2:** Tìm x biết:

a)  b) c) 

*Lời giải*

a) 

b) 

c) 

**2. Dạng 2**: **(Trong đó A(x) và B(x) là hai biểu thức chứa x)**

**I. Phương pháp giải**

***\*Cách 1*** *:* Xét các trường hợp xảy ra của A(x) và B(x) để phá giá trị tuyệt đối

***\*Cách 2 :*** Dựa vào tính chất hai số đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau ta tìm x thoả mãn một trong hai điều kiện  hoặc 

Cụ thể:  ta có: 

**II. Bài toán**

**Bài 2.1:**  Tìm  biết: a)  b) 

*Lời giải*:

a) 

 hoặc 

+ Xét 

+ Xét 

Vậy ; 

b) ⇔

⇔ hoặc 

+ Xét 

+ Xét 

Vậy: ; 

**III. Bài tập áp dụng.**

**Bài 2.2:** Tìm x, biết:

a)  b)  c) 

*Lời giải:*

a)

hoặc 

+ Xét 

+ Xét 

Vậy ; 

b) 

 hoặc 

+ Xét 

+ Xét 

Vậy ; 

c) 

 hoặc 

+ Xét 

+ Xét 

Vậy ; 

**Bài 2.3:** Tìm x, biết

a)  b) 

*Lời giải:*

a) 

 hoặc 

+ Xét 



+ Xét 



Vậy  hoặc 

b) 

 hoặc 

+ Xét 

+Xét 



Vậy: 

**3. Dạng 3**: **( Trong đó A(x) và B(x) là hai biểu thức chứa x )**

**I. Phương pháp giải**

\* ***Cách 1***: Ta thấy nếu B(x) < 0 thì không có giá trị nào của x thoả mãn vì giá trị tuyệt đối của mọi số đều không âm. Do vậy ta giải như sau:

 (1)

Điều kiện:  (\*)

(1)Trở thành  (Giải tìm x sau đó đối chiếu giá trị x tìm được với điều kiện (\*)

\* ***Cách 2***: Chia khoảng xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối:

Nếu 

Nếu 

Ta giải như sau: (1)

- Nếu thì (1) trở thành:  (Giải tìm x sau đó đối chiếu giá trị x tìm được với điều kiện )

- Nếu  thì (1) trở thành:  (Giải tìm x sau đó đối chiếu giá trị x tìm được với điều kiện )

**II. Bài toán**

**Bài 3.1:** Tìm x biết: 

*Lời giải:*

*\** ***Cách 1*** *:*

Vì  với mọi 

Với  ta có  hoặc 

+ Nếu  (Không thỏa mãn)

+ Nếu 

 (Không thỏa mãn)

Vậy không có giá trị của x thỏa mãn.

*\** ***Cách 2*** *:*

+ Nếu  ta có 

(Không thỏa mãn)

+ Nếu 

 (Không thoả mãn)

Vậy không có giá trị của x thỏa mãn.

**Bài 3.2:** Tìm x biết 

*Lời giải:*

***\*Cách 1*** *:*



Với  ta có  hoặc 

+ Nếu ( thỏa mãn )

+ Nếu  (Thoả mãn)

Vậy ; 

***\*Cách 2*** : 

+ Xét  ta có  (Thỏa mãn )

+ Xét  ta có  ( Thoả mãn)

Vậy; 

**III. Bài tập áp dụng:**

**Bài 3.3:** Tìm x, biết:

a)  b)  c)  d) 

**Bài 3.4:**Tìm x, biết:

a)  b)  c)  d) 

**Bài 3.5:**Tìm x, biết:

a)  b)  c)  d) 

**Bài 3.6:**Tìm x, biết:

a)  b)  c)  d) 

**Bài 3.7:**Tìm x, biết:

a)  b)  c)  d) 

**4. Dạng 4**: **Đẳng thức chứa nhiều dấu giá trị tuyệt đối:**

**I. Phương pháp giải.**

Lập bảng xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối:



Căn cứ bảng trên xét từng khoảng giải bài toán ( Đối chiếu điều kiện tương ứng )

**II. Bài toán.**

**Bài 4.1:** Tìm x biết: 

*Lời giải:*

Lập bảng xét dấu ta có:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 2 |
|  | - / - 0 + |
|  | - 0 + / + |

Khi đó ta có : TH1 : không có giá trị của x

TH2 : ( thỏa mãn)

TH3 : ( không thỏa mãn)

vậy :  là giá trị cần tìm

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 4.2:**Tìm x, biết:

a) 

b) 

c) 

**5. Dạng 5**: **Xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối hàng loạt**:  (1)

**I. Phương pháp giải.**

Điều kiện: D(x)  kéo theo 

Do vậy (1) trở thành: A(x) + B(x) + C(x) = D(x)

**II. Bài toán.**

**Bài 5.1:** Tìm x, biết: 

*Lời giải:*

Điều kiện nên từ 

 ( thỏa mãn đk) vậy  là giá trị cần tìm.

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 5.2:**Tìm x biết:

a) 

b) 

c)) 

**6. Dạng 6. Tìm x, y nguyên thỏa mãn đẳng thức : **

**I.Phương pháp giải.**

+ Nếu 

+ Nếu  Tìm B rồi suy ra tìm A

**II.Bài toán.**

**Bài 6.1**: Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn :

a) b) c)

*Lời giải*

a) Ta có 

(loại)

Vây 

b) Ta có

Vậy 

c) Ta có :

Vậy 

*\** ***Chú ý 1****:Bài toán có thể cho dưới dạng  nhưng kết quả không thay đổi*

\* Cách giải:

 (1)

 (2)

Từ (1) và (2) 

**Bài 6.2:**Tìm x biết

*Lời giải:*

Vì: , nên 

Vậy: 

**Bài 6.3:** Tìm cặp số nguyên (x ;y) thỏa mãn :

a,  b,  c, 

*Lời giải*

a) Do 

Vì , ta có bảng sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3 | | 2 | | 1 | | 0 | |
|  | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | |
| x | -1 | -7 | -2 | -6 | -3 | -5 | -4 | -4 |
| y | 2 | 2 | 3 | 1 | 4 | 0 | 5 | -1 |

Vậy b)

Do 

Vì , ta có bảng sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | | 3 | | 2 | | 1 | | 0 | |
|  | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
| x | Loại | Loại | -2 | 1 | Loại | Loại | 0 | -1 | Loại | Loại |
| y |  |  | 2 | 0 |  |  | 4 | -2 |  |  |

Vậy 

\* **Chú ý 2**: *Do tính chất không âm của giá trị tuyệt đối tương tự như tính chất không âm của luỹ thừa bậc chẵn nên có thể kết hợp hai kiến thức ta cũng có các bài tương tự.*

**Bài 6.4:** Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn :

a,  b,  c, 

*Lời giải*

a) Ta có : 

Vậy 

b) Ta có

Vậy 

c) Ta có :

Vậy 

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 6.5:** Tìm cặp số nguyên x, y thỏa mãn :

a) b)  c)

*Lời giải*

a) Do 

Vậy 

b) 

Do  ( Loại )

Vậy 

c)

Do  ( Loại )

Vậy 

**Bài 6.6:**Tìm cặp số x, y thỏa mãn :

a) b)

c) d) e) 

*Lời giải*

a) Do 

Vậy****

b) 

Do 

Vậy****

c)

Do 

Vây****

d) 

Do 

Vậy****

e)

Do 

Vậy****

**Bài 6.7:** Tìm x,y biết:

a)  b) c)

*Lời giải*

a)

Do 

Vậy 

b)

Do 

Vậy 

c)

Do 

Vậy 

**Bài 6.8:** Tìm cặp số nguyên (x ;y) thỏa mãn :

a,  b,  c, 

*Lời giải*

a) Vì nên  là số chính phương và suy ra 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| y | -1 | 0 | 1 |
|  | 2 | 3 | 2 |
| x | Loại | 0;3 | Loại |

Vậy 

b) Vì nên

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| y | -1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 3 | 2 |
| x | -5;-3 | -7;-1 | -5;-3 |

Vậy 

c) Vì nên

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| y | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|  | 0 | 9 | 12 | 9 | 0 |
| x | 2 | -7;11 | -10;14 | -7;11 | 2 |

Vậy 

**Bài 6.9:** Tìm cặp số nguyên (x ;y) thỏa mãn :

a)  b)

*Lời giải*

a) Vì nên

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | -1 | 0 | 1 |
|  | 4 | 10 | 4 |
| y | -7;1 | -13;7 | -7;1 |

Vậy 

b) Vì nên

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | -1 | 0 | 1 |
|  | 9 | 21 | 9 |
| y | -12;6 | -24;18 | -12;6 |

## **7. Dạng 7.**

**I.Phương pháp giải.**

Ta có: 

 khi  hoặc .

**II.Bài toán.**

**Bài 7.1.**Tìm biết:

a)  b) 

c)  d) 

e) 

*Lời giải*

a) 

***Cách 1:*** Lập bảng xét dấu

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  | -5 |  | 3 |  |
|  | + |  | + | 0 | - |
|  | – | 0 | + |  | + |

Nếu thì  (Loại)

Nếu thì  (Luôn đúng)

Nếu thì  (Loại)

Vậy 

***Cách 2:*** Sử dụng kiến thức  Dấu “=” xảy ra khi 

Ta có .

Dấu xảy ra khi 

Vậy 

b) 

***Cách 1:*** Bảng xét dấu:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  | 2 |  | 5 |  |
|  | – | 0 | + |  | + |
|  | – |  | – | 0 | + |

+ Xét với x < 2 ta có:

Phương trình  (loại)

+ Xét với  ta có:

Phương trình  (luôn đúng với mọi )

+ Xét với x > 5 ta có:

Phương trình  (loại)

+ Vậy phương trình (1) có nghiệm: 

***Cách 2:*** Sử dụng kiến thức  Dấu “=” xảy ra khi 

Do . Dấu “=” xảy ra  nên ta có:



Vậy phương trình (1) có nghiệm: 

c) 

***Cách 1:*** Lập bảng xét dấu

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  |  |  |  |  |
| 3 | - |  | - | 0 | + |
|  | – | 0 | + |  | + |

Nếu thì  (Loại)

Nếu thì  (Luôn đúng)

Nếu thì (Loại)

Vậy 

***Cách 2:*** Sử dụng kiến thức  Dấu “=” xảy ra khi 

Ta có .

Dấu xảy ra khi 

Vậy

d) 

***Cách 1***: Lập bảng xét dấu

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  |  |  | 3 |  |
|  | - |  | - | 0 | + |
|  | – | 0 | + |  | + |

Nếu thì  (Loại)

Nếu thì  (Luôn đúng)

Nếu thì (Loại)

Vậy 

***Cách 2***: Sử dụng kiến thức  Dấu “=” xảy ra khi 

Do . Dấu “=” xảy ra :



Vậy: 

e) ta có (1)

Mà  suy ra ( 1) xẩy ra dấu “=”

Hay  do x nguyên nên x {3;4;5}

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 7.2:** Tìm x biết:

a) b) c)

*Lời giải*

a)

Ta có: 

Dấu “=” xảy ra khi 

b)

Ta có 

Dấu “=” xảy ra khi 

c)

Ta có: 

Dấu “=” xảy ra khi 

**Bài 7.3:** Tìm x biết:

a) b) c)

*Lời giải*

a)

Ta có: 

Dấu “=” xảy ra khi 

b)

Ta có 

Dấu “=” xảy ra khi 

c)

Ta có : 

Dấu “=” xảy ra khi 

**Bài 7.4 :** Tìm x nguyên biết :

a)

b)

c)

**8. Dạng 8: hoặc**

**I. Phương pháp giải:**

Với (chú ý a>0)

Với 

**II. Bài toán:**

**Bài 8.1:** Tìm x biết:

a) b) c)

*Lời giải:*

a)

Vậy:  là các giá trị cần tìm.

b)

Vậy:  là các giá trị cần tìm.

c)

Vậy : ; .là các giá trị cần tìm.

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 8.2:** Tìm x biết:

a) b)

*Lời giải*

a) TH1:( thỏa mãn )

TH2 : ( thỏa mãn )

Vậy: ; là các giá trị cần tìm.

b)

Vậy :.là các giá trị cần tìm.

**Bài 8.3**: Tìm x biết:

a) b) c)

*Lời giải*

a)

Vậy: ; là các giá trị cần tìm.

b)

Vậy:  là các giá trị cần tìm.

c)

Vậy: ; là các giá trị cần tìm.

**Bài 8.4:** Tìm x biết:

a) b) c) 

*Lời giải*

a) TH1: 

TH2 : 

Vậy: ; là các giá trị cần tìm.

b) TH1:

TH2:

Vậy: hoặc là các giá trị cần tìm.

**9. Dạng 9: **

**I. Phương pháp giải :**

Vì : 

**II. Bài toán:**

**Bài 9.1:** Tìm x, y nguyên thỏa mãn :

a)  b)  c)

*Lời giải*

a) Vì:

Do  nguyên nên:

TH1 : 

TH2 : 

TH3 : 



Vậy các cặp  là: 



b) 

Vì 

Do  nguyên nên:

TH1 : 

TH2 : 

TH3 : 



Vậy các cặp  là: 



c)

Vì 

Do  nguyên nên:

TH1 : Không có x thỏa mãn.

TH2 : 

TH3 : 

TH4 : 



Vậy các cặp  là: 

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 9.2:** Tìm x, y nguyên sao cho :

a)  b) c)

d) e)

*Lời giải*

a) Vì 

Do  nguyên nên:

TH1 : 

TH2 : 

TH3 :

TH4 :

TH5

Vậy các cặp  là: 



b)

Vì:

Do  nguyên nên:

TH1 : 

TH2 : 

TH3 :



TH4 :



Vậy các cặp  là:



c)

Vì 

Do  nguyên nên:



Vậy các cặp  là:

d)

Vì 

Do  nguyên nên:



Vậy các cặp  là:

e)

Vì 

Do  nguyên nên:



Vậy các cặp  là:

**10. Dạng 10.Nhiều tầng giá trị tuyệt đối**

**I. Phương pháp giải:**

Xét dấu bỏ dần các giá trị tuyệt đối.

**II. Bài toán:**

**Bài 10.1:** Tìm x, biết:

a) || b)  c) 

*Lời giải*

a) Từ: 

Vậy: ; là các giá trị cần tìm.

b) Vi: nên 

+Nếu  thì 

+ Nếu 

Vậy: ; là các giá trị cần tìm.

c) Từ (1) 

TH1: Với |3 x-4|-|x+2|=6 ta lập bảng xét giá trị tuyệt đối ta có:

Với  (thỏa mãn).

Với  (thỏa mãn)

Với  (thỏa mãn)

TH2: Với  lập bảng xét giá trị tuyệt đối ta có:

Với  ( không thỏa mãn).

Với  (thỏa mãn)

Với  (thỏa mãn)

Vậỵ tập các giá trị x là 

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 10.2:** Tìm x biết:

a)  b) c) 

*Lời giải*

a) Ta có : 



Vậỵ tập các giá trị x là:

b)

Ta có : 



Vậỵcác giá trị x là:

c) 

Điều kiện để x thỏa mãn bài toán là 

Khi đó  nên (\*) trở thành:

(điều kiện 

Nếu  ta có nên (thỏa mãn).

Nếu  ta có nên (thỏa mãn).

Vậy các giá trị phải tìm là:.

**Bài 10.3:** Tìm x nguyên biết :

a) b) c)

d) e) 

*Lời giải*

a) Vì: nên suy ra:



Vậy các giá trị phải tìm là: ; 

b) Tìm x biết Tìm biết 

Vì: nên 

+Nếu thì 

+Nếu 

Vậy các giá trị phải tìm là: ; 

c) đk khi đó suy ra: 

Do:

Vậy:  là giá trị cần tìm.

d)

TH1: ( thỏa mãn).

TH2: ( thỏa mãn).

Vậy:;  là giá trị cần tìm.

e)  đk 



Với:

Với:

Vậy:là giá trị cần tìm.

**11. Dạng 11: **

**I. Phương pháp giải :**

Vì 

**II. Bài toán:**

**Bài 11.1:**Tìm các cặp số nguyên x, y thoả mãn:

a)  b)  c) 

*Lời giải*

a) 

Với:

Với: hoặc 

Với: hoặc 

Với:

Vậy các cặp số  cần tìm là: 

b) 

Với:

Với: hoặc 

Với: hoặc 

Với : hoặc 

Với:

Vậy các cặp số  cần tìm là:



c) 

Với: không có giá trị của y.

Với: 

Với:

Với : không có giá trị của y.

Vậy không có giá trị x, y nguyên nào thỏa mãn.

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 11.2:**Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

a) b) c)

*Lời giải*

a) 

Với: ( không có giá trị của y)

Với: hoặc ( không thỏa mãn)

Với: hoặc ( không thỏa mãn)

Với: hoặc 

Vậy các cặp số  cần tìm là: 

b)

Từ: 

Với: không có giá trị của y.

Với: hoặc 

Với:hoặc 

Với:không có giá trị của y.

Vậy các cặp số  cần tìm là: 

**12. Dạng 12. Sử dụng phương pháp đối lập hai vế của đẳng thức**

**I. Phương pháp giải:**

**,**trong đó:****

**II. Bài toán:**

**Bài 12.1:** Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

a) 

b)

c) 

*Lời giải*

a) Vì:

Mặt khác: 

Để 



b) Vì:

Mặt khác: ,

Để:



c) Vì:

Mặt khác: ,

Để:



**Bài 12.2:** Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

a)  b) 

*Lời giải*

a) Vì:

Mặt khác: ,

Để:



b) 

Vì:

Mặt khác:

Để:



**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 12.3:** Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

a) b)

c)  d) 

*Lời giải*

a)

Vì:

Mặt khác:

Để: thì 



b) 

Vì: mặt khác 

Để:

Vì x ,y nguyên nên suy ra: 

c) Vì: 

Mặt khác: 

Để:

d) Vì:

Mặt khác: ,

Để:



**Bài 12.4:** Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

a)

b) 

c) 

*Lời giải*

a)

Vì: , mặt khác: 

Để:  thì: 



b) Đặt Chứng tỏ được (1) . Dấu bằng xảy ra 

Đặt 

với mọi y. Dấu bằng xảy ra khi

với mọi y. Dấu bằng xảy ra khi 

với mọi y. Dấu bằng xảy ra khi

với mọi y (2). Dấu bằng xảy ra khi

Từ (1) và (2) 



c) Vì 

Mặt khác: ,

Để:



**13. Dạng13. Sử dụng tính chất khồn âm của một biểu thức**

**I. Phương pháp giải:**

Sử dụng:****kết hợp để tìm các giá trị x hay y phù hợp.

**II. Bài toán:**

**Bài 13.1:**a) Tính giá trị của biểu thức tại thỏa mãn: 

*Lời giải*

a) Do: với mọi 

Kết hợp 

Giá trị của biểu thức: tại  là: 

Vậy:

b) Tìm x, y, z biết: 

*Lời giải*

Ta có: ; 

. Dấu xảy ra khi:



Vậy: 

c) Tìm biết: 

*Lời giải*

Vì: , do đó: 

Theo đề bài thì:

Khi đó ta có: và 

Vậy: 

**Bài 13.2.**Cho 

Chứng tỏ rằng giá trị biểu thức luôn không âm với mọi giá trị của 

*Lời giải*

Vì:

Từ đó:

với mọi .

Vậy giá trị của  luôn không âm với mọi 

**Bài 13.3:**Cho biết 

Tính giá trị của biểu thức 

*Lời giải*

Ta có:



Dấu xảy ra khi:





. Mà cùng dấu



TH1: 

Khi đó:có giá trị là: 

TH2: 

Khi đó có giá trị là:

Vậy:nếu 

nếu 

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 13.4:**Tìm nguyên, biết 

*Lời giải*

Vì mà 

hoặc 

Suy ra: 

Vậy hoặc 

**Bài 13.5.** Tìm các cặp số nguyên ( ) thoả mãn:



a) 

b) 

*Lời giải*

a) Vì: 

.Với: 

Với:  ( không thỏa mãn)

Với:  ( không thỏa mãn)

Với: 



b) 

. Với: 

Với: 

Với:  ( không thỏa mãn)

Với: ( không thỏa mãn)

Với: 

Với:  ( không thỏa mãn)

Với: 

Với: ( không thỏa mãn)

Với:  ( không thỏa mãn)

Với: 

Với: 



**Bài 13.6:** Tìm x, y, z biết: 

*Lời giải*

Vì: 

Nên để:  thì: 



**Bài 13.7.** Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn:



*Lời giải*

Ta có: 

Với mọi số nguyên  ta lại có 

Suy ra  luôn là số chẵn với mọi số nguyên  Từ đó ta có:

là các số chẵn với mọi x, y, z nguyên

Suy ra: là một số chẵn với mọi số

nguyên x, y, z Hay là một số chẵn vớimọi số nguyên x, y, z



Do đó, không thể tìm được số nguyên x, y, z thóa mãn:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**VẤN ĐỀ 3: GTLN-GTNN TRONG DẤU GTTĐ**

**Dạng 1. Dạng cơ bản**

**I.Phương pháp giải.**

Để tìm GTNN ;GTLN của 1 biểu thức có chứa dấu giá trị tuyệt đối ta dựa vào kiến thức giá trị tuyệt đối của mọi số thực đều không âm. (  với mọi 

1.Tìm GTNN của biểu thức 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 

2.Tìm GTLN của biểu thức 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

**II.Bài toán.**

**Bài 1.1**: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  b) 

c) d) 

*Lời giải:*

a) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 

b) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 

c) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 

d) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 

**Bài 1.2:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  b) 

c) d) 

e)  f)



*Lời giải:*

a) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 

b) 

Điều kiện của B 







=> đạt GTNN bằng 

c) 

Ta đánh giá: 



Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 

d) 





 đạt GTNN bằng 

e) 





Ta có: 

đạt GTNN bằng 

 đạt GTLN bằng 

=> đạt GTNN bằng 

f)

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | | |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

=> đạt GTNN bằng 

**Bài 1.3:** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a)  b) 

**** d) 

e)  k) 

m)  n) 



*Lời giải*

a) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

b) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

****

ĐK của C :x∈Z và => x≠3 và x≠-3

 đạt GTLN khi Đạt GTNN

Vì  nên 

=>Đạt GTNN bằng -3 khi dấu ‘=” xảy ra

 (thỏa mãn điều kiện)

=> đạt GTLN bằng 

d) 





nên 

=> đạt GTNN bằng 

=> đạt GTLN bằng 

n) 

e) 





Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

k) 

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

m) 



ĐK của M :x∈Z và 

 đạt GTLN khi Đạt GTNN

Vì  nên 

=>Đạt GTNN bằng -5 khi dấu ‘=” xảy ra

 (thỏa mãn điều kiện)

=> đạt GTLN bằng 

n) 



 đạt GTLN khi Đạt GTNN

Vì 

=>Đạt GTNN bằng 4 khi dấu ‘=” xảy ra

 (thỏa mãn điều kiện)

=> đạt GTLN bằng 



Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 



Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 1.4**:Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

**** 



*Lời giải:*

****

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 



Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTNN bằng 



Ta đánh giá: 



Dấu “=” xảy ra 



=> đạt GTNN bằng hoặc



Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 



đạt GTLN bằng 

=> đạt GTNN bằng 





đạt GTNN bằng 

=> đạt GTNN bằng 

**Bài 1.5:** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

****  với x là số nguyên

 

*Lời giải*

****

Ta đánh giá: 

Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

 với x là số nguyên

 đạt GTLN khi đạt GTNN

Vì 

=>đạt GTNN bằng -1 khi dấu ‘=” xảy ra

 (thỏa mãn điều kiện)

=> đạt GTLN bằng 





 đạt GTLN khi Đạt GTNN

Vì 

=>Đạt GTNN bằng 6 khi dấu ‘=” xảy ra

 (thỏa mãn điều kiện)

=> đạt GTLN bằng 





Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 





Dấu “=” xảy ra 

=> đạt GTLN bằng 

**Dạng 2:Dạng nâng cao**

**I.Phương pháp giải.**

**Sử dụng kiến thức sau:**

- Giá trị tuyệt đối của một tổng không lớn hơn tổng các giá trị tuyệt đối . viết ngược lại  dấu ‘=” xảy ra

- Giá trị tuyệt đối của một hiệu không nhỏ hơn hiệu các giá trị tuyệt đối . viết ngược lại  dấu ‘=” xảy ra

GTTĐ 

**II.Bài toán.**

**Bài 2.1:** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:****

*Lời giải*

****

****

=>A≥2017

=> đạt GTNN bằng 2017 khi dấu “=” xảy ra

**Bài 2.2:** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:****

*Lời giải*

**+**

*+ Dấu “=” xảy ra* 

+ Vậy 

**Bài 2.3:** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a)****

b) D = 

*Lời giải*

a) Ta có: ****

+ Dấu “=” xảy ra

+ Vậy 

b) Ta có

=

 = 99 + 97 + ....+ 1 = 2500

Suy ra C  với mọi x . Vậy Min C = 2500 khi và chỉ khi



**III. Bài tập áp dụng :**

**Bài 2.4: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:**

a)

b) ****

c) 

d) 

e) 

*Lời giải*

a) +



+ Dấu “=” xảy ra 

+ Vậy 

b) +Ta có ****

*+ Dấu “=” xảy ra*

+ Vậy 

c) + Ta có: 



+ Vậy 

d) 

+

*+ Dấu “=” xảy ra*

+ Vậy 

e) 

Ta có: Với 0 < a < b < c < d ta có:



*+ Dấu “=” xảy ra*

+Vậy 

**Bài 2.5:** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

****

****

****

*Lời giải:*

a) +Ta có:****

*+Dấu “=” xảy ra* 

+ Vậy 

b) Ta có : ****

*+ Dấu “=” xảy ra* 

+ Vậy 

c) Ta có: ****

*+ Dấu “=” xảy ra* 

+ Vậy 