**ĐS7. CHUYÊN ĐỀ**3**– TỈ LỆ THỨC TÍNH CHẤT DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.**

**A. Tỉ lệ thức**

1. Định nghĩa: Tỉ lệ thức là một đẳng thức của hai tỉ số 

Trong đó: Các số hạng  và  được gọi là các ngoại tỉ, các số hạng  và  được gọi là trung tỉ

2. Tính chất:

a) Tính chất 1: (Tính chất cơ bản của tỉ lệ thức)

Nếu  thì 

b) Tính chất 2: Nếu  và  thì ta có: 

Như vậy trong tỉ lệ thức, ta có thể hoán vị các trung tỉ với nhau, hoán vị các ngoại tỉ với nhau, hoán vị cả trung tỉ với nhau, cả ngoiạ tỉ với nhau.

**B. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau**

1. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

+) 

+)  (giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

2. Chú ý: Khi ta nói các số  tỉ lệ với các số , tức là:

 hoặc 

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI.**

**Dạng 1. Tỉ lệ thức, tính chất dãy tỉ số bằng nhau**

**I. Phương pháp giải.**

1. Tỷ lệ thức: Là đẳng thức của hai tỉ số  hoặc 

Trong đó:  là các số hạng của tỷ lệ thức

-  và  là các số hạng ngoài hay *ngoại tỉ*

-  và  là các số hạng trong hay *trung tỉ*

Các số và  được gọi là ngoại tỉ; các số và  được gọi là trung tỉ

2. Tính chất của tỉ lệ thức

a) Tính chất 1: Nếu 

b) Tính chất 2: Nếu 

3. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

- Nếu  (giả thiết các phân số đều có nghĩa)

- Mở rộng:

+ Nếu (giả thiết các phân số đều có nghĩa)

*Ví dụ:*(do không có nghĩa) nên tính chất không còn đúng

- Nâng cao:

+ Nếu  thì 

+ Nếu  thì  ; 

(Tính chất này gọi là tính chất tổng hoặc hiệu tỉ lệ)

4. Chú ý: Khi có dãy tỉ số , ta nói các số  tỉ lệ với các số 

Ví dụ: Khi có dãy tỉ số  ta nói các số  tỉ lệ với các số 

Ta cũng viết 

+) Vì tỉ lệ thức là một đẳng thức nên nó có tính chất của đẳng thức, từ tỉ lệ thức  suy ra



Từ 

**II. Bài toán.**

**Bài 1:**Chứng minh rằng nếu  thì

**Lời giải**

*Chú ý:* Trong bài toán có chữ nếu thì không cần đặt điều kiện mẫu khác 0 nữa

Ta có:

 đpcm

**Bài 2:**Cho. Với  hãy tính 

**Lời giải**

Theo giả thiết ta có: 

Từ (1) 

Lại có: , thay vào (\*) ta được:



Vậy 

**Bài 3:**Tìm các số , biết 

và 

**Lời giải**

Theo bài ra tính chất của dãy tỉ số bằng nhau và ta có: 



Vậy 

**Bài 4:**Cho các số  và thỏa mãn . Chứng minh rằng

**Lời giải:** Vì các số , ta có:



Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

Lại có: 

Từ (1)(2)  (đpcm)

**Bài 5:**Cho  Hãy tìm ?

**Lời giải**

Cách 1: từ đề bài suy ra 





Cách 2: 

**Bài 6:**Cho . Chứng minh rằng:

a) 

b) 

c) 

**Lời giải**

a) Ta có:

b) Ta có:  (với  khác 0)

c) Ta có:  (với  và  khác 0)

**Bài 7.1:**Cho . Chứng minh rằng:

a)  b) 

**7.2)** Với thì 

**Lời giải**

a) Ta có  (tính chất dãy tỉ số bằng nhau)

b) (đpcm)

c) Từ giả thiết (đpcm)(với  đôi một khác nhau và khác 0)

**Bài 8:**

a)Nếu thì 

b) Với  thì 

c) Nếu thì 

**Lời giải**

a) Ta có (đpcm)

Cách khác: đặt  suy ra , , thay vào từng vế của đẳng thức cần chứng minh, rút gọn, tính mỗi vế theo  suy ra điều phải chứng minh

b) Ta có (đpcm)

c) Theo giả thiết **(đpcm)

**Bài 9:**Cho . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có:

Lại có: 

Từ (1)(2) (đpcm)

Cách 2: đặt  suy ra , , thay vào từng vế của đẳng thức cần chứng minh, rút gọn, tính mỗi vế theo  suy ra điều phải chứng minh.

**Bài 10:**Cho . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có: 

Cách 2: đặt  suy ra , , thay vào từng vế của đẳng thức cần chứng minh, rút gọn, tính mỗi vế theo  suy ra điều phải chứng minh.

**Bài 11:**

Cho  , Các số  thỏa mãn. Chứng minh:

**Lời giải**

Từ giả thiết

(đpcm)

**Bài 12:**Cho tỉ lệ thức: . Chứng minh rằng:  và 

**Lời giải**

Từ 

và 

Cách 2: đặt =k suy ra , , thay vào từng vế của đẳng thức cần chứng minh, rút gọn, tính mỗi vế theo  suy ra điều phải chứng minh.

**Bài 13:**Cho 4 số  thỏa mãn: , .

Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Từ giả thiết  (đpcm)

**Bài 14:**Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Ta có: 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:  (đpcm)

**Bài 15:**Cho tỉ lệ thức: .

Chứng minh rằng:  (với điều kiện mẫu thức xác định)

**Lời giải**

Đặt , thay vào biểu thức ta được:

 và 

Từ (1)(2) *(đpcm)*

**Bài 16:**Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có: 



**Bài 17:**Chứng minh rằng: Nếu  thì 

**Lời giải**

Ta có: (đpcm)

**Bài 18:** Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Ta có: (đpcm)

**Bài 19:**Chứng minh rằng: Nếu  thì 

**Lời giải**

Ta có:;

và

Từ (1) và (2) ta có:

**Bài 20:**Chứng minh rằng: Nếu cóthỏa mãn thì chúng lập thành một tỉ lệ thức.

**Lời giải**

Từ giả thiết ta xét 2 trường hợp:

+) TH1:  (đpcm)

+) TH2:  (vô lý)

**Bài 21:** Cho dãy . Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

Ta có:

và

 (đpcm)

**Bài 22:**Cho a, b dương thỏa mãn: . Chứng minh 

**Lời giải**

Giả sử 

Nếu , giả sử 

, Vì 

 (đpcm)

**Bài 23:**Cho  và . Chứng minh rằng

**Lời giải**

Từ giả thiết 

Tương tự: 

Cộng theo vế ta được:  (đpcm)

**Bài 24:**Cho  và . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Từ 

 (đpcm)

**Bài 25:**Chứng minh rằng nếu  thì ta có:



**Lời giải**

Xét . Tương tự: 

Khi đó 

Tương tự: , 

Khi đó:  (đpcm)

**Bài 26:** Biết ;  và . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có: 





**Bài 27:** Cho  và . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Từ 

Và 

Thay vào  ta được: .

**Bài 28:**Cho 3 số đôi 1 khác nhau. Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Ta có: 

Tính tương tự ta có: , và 

Cộng theo vế: 

**Bài 29:**Cho tỷ lệ thức  Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có 

*(đpcm)*

**Bài 30:**Cho  số hữu tỷ  và với . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

+ Có: 

+ Có: 

**Bài 31:** Nếu  thì từ 

**Lời giải**

+ Có  thêm vào  vế của  với  ta có:



+ Thêm vào hai vế của (1)với  ta có:



+ Từ  và  ta có:

Từ  (đpcm)

**Bài 32**. Cho . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

*Lưu* ý: *sử dụng tính chất*: Với  là các số dương ta có:

- Nếu  thì 

- Nếu  thì 

*Áp dụng vài bài* 

+ Từ  theo tính chất  ta có:

(do 

Mặt khác: 

+ Từ  và  ta có: 

+ Tương tự ta có: 







+ Cộng bất đẳng thức kép  theo từng vế thì được:



**Bài 33**. Cho và . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có và nên 

Theo tính chất  ta có: 

**Dạng 2: Chứng minh dãy tỉ số bằng nhau**

I. Phương pháp giải

*Cách 1:*Sử dụng định nghĩa

Ví dụ: Cho 

Ta sẽ đặt  rồi thay  vào biểu thức cần chứng minh

*Cách 2:*Sử dụng phương pháp nhân chéo

Để chứng minh  ta đi chứng minh 

*Cách 3:*Áp dụng tính chất của dãy tỷ số bằng nhau

Ví dụ: Ta có  thì 



II. Bài toán.

**Bài 1:**

Cho  Chứng minh rằng 

**Lời giải**

*Cách 1:*Từ giả thiết 

- Nếu 

- Nếu 

Ta lại có:

*Cách 2:*- Xét với 

- Xét với (đpcm)

**Bài 2:**

Cho . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

\*) Phân tích:

Ta có:



Tương tự .

**Bài 3:**

Cho . Chứng minh rằng:

**Lời giải**

Từ giả thiết 

Từ (1)(2)  (đpcm).

**Bài 4:**

Chứng minh rằng với  là các số thực khác 0 và:  thì 

**Lời giải**

Ta có: 



**Bài 5:**

Cho . Chứng minh rằng 

Với các mẫu số khác  và 

**Lời giải**

Ta có: 

Tương tự (đpcm)

**Bài 6:**

Cho các số  thỏa mãn . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Đặt: 

 và *(đpcm)*

**Bài 7:**

Cho dãy tỉ số . Chứng minh rằng

**Lời giải**

Từ giả thiết 

 (đpcm)

**Bài 8:**

Cho dãy tỉ số bằng nhau. Chứng minh rằng

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có :



 và .

**Bài 9:**

Cho .Chứng minh:

**Lời giải**

Ta có: 



=

(đpcm)

**Bài 10:**

Cho .Chứng minh:

**Lời giải**

Từ giả thiết 



=



**Bài 11:**

Cho . Chứng minh: 

**Lời giải**

Nghịch đảo giả thiết ta được: 





Từ (1)(2)(3)  (đpcm)

**Bài 12:**

Cho . Chứng minh: 

**Lời giải**

Đặt 



Chứng minh tương tự:  và  (đpcm)

**Bài 13:**

Cho  Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Từ  thay vào các biểu thức ta được:

a)

b) 

**Bài 14:**

Chứng minh rằng nếu  thì 

**Lời giải**

Ta có *(đpcm)*

**Bài 15:**

Cho  Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có: .

Do vậy 

**Bài 16:**

Cho tỷ lệ thức  . Chứng minh rằng:  (với các mẫu khác 0)

**Lời giải**

Đặt 

Tương tự: 

Từ (1)(2) ta có đpcm

**Bài 17:**

Cho bốn số  thỏa mãn: . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Từ 

Do vậy 

**Bài 18:**

Cho . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Từ , nhân cả tử và mẫu với  ta được:



Từ đó ta có:(đpcm)**.**

**Bài 19:**

Cho Chứng minh rằng: 

**Lời giải**



Vậy 



Từ và 

**Bài 20:**

Cho thỏa mãn Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

*TH1:* Nếu thì  Tương tự với 

*TH2:*là các số khác  từ 



Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau:



Vậy  (đpcm).

**Bài 21:**

Cho . Chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị nguyên: 

**Lời giải**

Ta có:

Suy ra 

Từ đó học sinh suy ra được:

Khi đó tính được Vậy  có giá trị nguyên.

**Bài 22:**

Cho các số dương và  Chứng minh 

**Lời giải**

Vì là các số dương và , mà nên 



**Bài 23.**

Chứng minh rằng : Nếu  thì  với 

**Giáo viên hỏi:** Muốn chứng minh trước hết xác định bài toán cho ta điều gì? Bắt chứng minh điều gì?

**Lời giải**

Với ta có: 

 (1)

 (2)

Từ (1) và (2) (đpcm)

**Bài 24.**

Chứng minh rằng: Nếu  thì:

a)

b)

**Lời giải**

a) Từ  (đpcm)

b) Từ 



**Bài 25.** CMR: Nếu thì điều đảo lại có đúng hay không?

**Lời giải**

+ Ta có: 

+ Điều đảo lại cũng đúng, thật vậy:

Ta có:



**Bài 26**. Cho . Chứng minh rằng 

**Lời giải**

(đpcm)

**Bài 27**. Chứng minh rằng: Nếu thì 

**Lời giải**

Ta có: 

Từ 

Từ  và (đpcm)

**Bài 28**. Chứng minh rằng: Nếu  và  đk:  thì 

**Lời giải**

Ta có: 

Từ  và 

(đpcm)

**Bài 29**. Chứng minh rằng: Nếu

Trong đó  và là các số khác nhau thì:



**Lời giải**

Vì nên chia các các số của  cho  ta có:



? Nhìn vào (\*) ta thấy mẫu thức cần có 

? Ta sẽ biến đổi như thế nào?

Từ 

(đpcm)

**Bài 30**. Biết và . Chứng minh rằng:

**Lời giải**

Từ 

Nhân cả hai vế của  với  ta có: 

Ta có: 

Nhân cả hai vế của  với  ta có:



Cộng cả hai vế của  và  ta có:



(đpcm)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Dạng 3. Tìm đại lượng chưa biết trong tỉ lệ thức**

**I. Phương pháp giải.**

*1. Phương pháp giải theo định nghĩa*

Có: . Thay vào biểu thức đã cho để tìm 

*2. Phương pháp sử dụng các tính chất của dãy tỷ số bằng nhau*

Ví dụ:  các đại lượng chưa biết

**II.Bài toán.**

**Bài 1.** Tìm các số  biết rằng: 

**Lời giải**

*Cách 1:* Đặt 



Thay  vào ta được:

. Vậy 

*Cách 2:*

Vậy 

**Bài 2.**Cho tỷ lệ thức . Tìm

**Lời giải**

Theo giả thiết 

Từ 

- Nếu 

- Nếu 

Vậy 

**Bài 3.** Tìm  biết rằng: 

**Lời giải**

*Trường hợp 1*: Có ít nhất 1 trong ba số  bằng 0

 và hai số còn lại cũng bằng 0. Vậy ta có 

*Trường hợp 2*: 

Theo giả thiết ta có:

.

Vậy có hai cặp số thỏa mãn bài toán 

**Bài 4.**Cho  đôi một khác nhau và khác 0, biết  là số nguyên tố và  Tìm số 

**Lời giải**

Ta có: . Theo giải thiết: 

Dễ thấy 

Vì  là số nguyên tố nên 

+) Nếu  (loại)

+) Nếu (loại)

Vì  là số nguyên tố nên . Thử lại thấy thỏa mãn

+) Nếu (loại)

+) Nếu (loại)

Vậy 

**Bài 5.** Số  là tổng của ba số, biết rằng ba số này tỷ lệ với  và tổng bình phương của chúng là 24309. Hãy tìm số 

**Lời giải**

Giải sử  và 

Từ (1) 



+) 

+) 

**Bài 6.**Tìm  biết :

a)  và 

b)  và 

**Lời giải**

a) Từ giả thiết 

, đặt 

Mà 

- Với 

- Với 

Vậy 

b) Từ giả thiết , đặt 

Mà:

Vậy 

**Bài 7.** Tìm  biết :

a)  và 

b)  và 

**Lời giải**

a) Ta có

+ 

+ 

+ 

Vậy 

b) 

+ 

+ 

+ 

Vậy 

**Bài 8.**Tìm  biết :

a)  và 

b)  và 

**Lời giải**

a) Ta có  =

+ 

+ 

+ 

Vậy 

b) Từ 



## .

## 

Vậy 

**Bài 9.**Tìm các số biết chúng thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau và 

**Lời giải**

Ta có:







Vậy 

**Bài 10.**Tìm các số biết

a) và 

b) và 

**Lời giải**

a) ta có 

b) 

**Bài 11.**Tìm các số biết

a) và 

b) và 

**Lời giải**

a) Từ giả thiết ta có 





b) Ta có 



**Bài 12.**Tìm các số biết  và 



**Lời giải**

Ta có 



**Bài 13.**Tìm các số biết

a)  và 

b)  và 

**Lời giải**

a) Ta có:

Nên 

b) Ta có : 

**Bài 14.**Tìm các số biết

**Lời giải**

Ta có:









**Bài 15.**Tìm các số biết

**Lời giải**

Ta có 

Khi đó:

Và 

**Bài 16.**Tìm , biết 

**Lời giải**

Từ , và 

**Bài 17.**Tìm các số  biết 

**Lời giải**

Từ giả thiết 

, Vvì 

Do ,b,c nguyên nên 

Vậy .

**Bài 18.**Tìm  biết 

**Lời giải**

Ta có 

TH1:

TH2:

Vậy căp số x, y cần tìm là: 

**Bài 19.**Tìm ba số  biết:  và 

**Lời giải**

Ta có : 



**Bài 20.**Tìm biết: và 

**Lời giải**

Ta có:



**Bài 21.**Tìm  biết 

**Lời giải**

Ta có: và 

TH1: 1 đặt 

TH2:  làm tương tự.

**Bài 22.**Tìm số tự nhiên M nhỏ nhất có 4 chữ số thỏa mãn điều kiện:  biết: 

**Lời giải**

Từ giả thiết

Tương tự ta có:  và  khi đó , và M là số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số nên 

**Bài 23.**Tìm  biết 

**Lời giải**

Ta có:, đặt

Khi đó: 

Vậy 

**Bài 24.**Tìm  là các số dương, biết 

**Lời giải**

+) Nếu , có 

Lấy nghịch đảo đẳng thức trong bài ta được:



Thay 

+) Nếu 

Vậy có hai bộ số thỏa mãn bài toán.

**Bài 25.**Tìm hai số khác 0, biết tổng, hiệu,tích của hai số đó tỉ lệ với 

**Lời giải**

Gọi  số khác  cần tìm là và 

Ta có: 



Từ  và 

Từ  và (4)

Vậy hai số cần tìm là  và .

**Bài 26.**Tìm các số  biết 

**Lời giải**

Xét  (vô lý)

Suy ra 

Khi đó từ đề suy ra: 



Đặt  thì  và 

Thay  vào (3) ta được:



Với 

Vậy 

**Bài 27.**Tìm  biết  và 

**Lời giải**

Ta có:



Do đó:





Từ (1) và (2) suy ra . Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

.

**Bài 28.**Cho hai đại lượng  và .  là hai giá trị bất kỳ của , là hai giá trị tương ứng của y. Tính  biết  và 

**Lời giải**

Vì là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên:



Ta có 

Với 

Với 

**Bài 29.**Tìm hai số dương khác nhau biết rằng: Tổng, hiệu và tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210 và 12

**Lời giải**

Gọi hai số phải tìm là  và 

Theo đề bài ta có:

Chia các tích trên cho BCNN của 35, 210, 12 là 420 ta được: 

hay  (1)

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:



Từ (1) và (2) ta có:

Vì  nên 

Vậy hai số phải tìm là 7 và 5.

**Bài 30.**Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỷ lệ với 1; 2; 3

**Lời giải**

Gọi a, b, c là các chữ số của số có ba chữ số cần tìm. Không mất tính tổng quát, giả sử



Ta có 

Mặt khác số cần tìm là bội của 18 nên là bội của 9,

do đó  hoặc  hoặc .

Theo đề bài ta có:

Như vậy  chia hết cho 6, nên .

Từ đó suy ra.

Do số phải tìm là bội của  nên chữ số hàng đơn vị chẵn,

vì vậy hai số cần tìm là: 396; 936.

**Bài 31.**Tìm các số x, y, z biết 

**Lời giải**

Xét (vô lý)

Suy ra

Khi đó từ đề suy ra 



Đặt thì 

Suy ra:và 

Thayvào  ta được:



Với

Vậy .

**Bài 32.**Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo . Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng  Tìm số 

**Lời giải**

Gọi  là ba số được chia ra từ số A

Theo đề bài ta có:và 

Từ (1)

Do đó, 

Với 

Với .

**Bài 33:** Tìm cặp số biết:

**Lời giải**

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:



 với thay vào không thỏa mãn

Nếu 



. Thay vào trên ta được:



Vậy  thoả mãn đề bài

**Bài 34.**Cho và Tính .

**Lời giải**

Từ 

**Bài 35.** Tìm , biết rằng: 

**Lời giải**

**Từ** 

**Suy ra:** 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Dạng 4. Tính giá trị của biểu thức**

**I. Phương pháp giải.**

Cho  thỏa mãn một điều kiện nào đó của đầu bài.

*Yêu cầu:*Tính giá trị của một biểu thức.

*Cách giải:* Vận dụng kiến thức về tỷ lệ thức để tìm mối quan hệ giữa  để tìm ra giá trị của biểu thức cần tìm.

**II. Bài toán.**

**Bài 1:**

Cho . Tính 

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có :



Khi đó:

**Bài 2.**

Cho . Tính 

**Lời giải**

Từ giả thiết(1)

Từ  và 

Nên 

**Bài 3.**

Cho . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

**Cách 1:**

Đặt 



Vậy 

**Cách 2 :**

Có 

. Vậy 

**Bài 4.**

Cho  Tính 

**Lời giải**

*Cách 1:* Đặt 

*Cách 2:*

Tương tự:

Từ (1)(2) 

**Bài 5.**

Cho các số  và thỏa mãn  Tính 

**Lời giải**

Thông thường ta sẽ chứng minh 

Theo giả thiết 

Tương tự 

**Bài 6.**

Cho dãy tỉ số bằng nhau: 

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Từ giả thiết trừ đi 1 vào mỗi vế của tỉ số ta có: 

*TH1:* Nếu 

*TH2:* Nếu 

**Bài 7.**

Cho  đôi một khác nhau và thỏa mãn .Tính giá trị của biểu thức .

**Lời giải**

Từ  (\*)

+) Xét 



+) Xét  Từ (\*) ta có : 

**Bài 8.**

Cho dãy tỉ số 

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Trừ  vào mỗi vế của tỉ số trong tỉ lệ thức ta được:



*TH1:*

*TH2:*

**Bài 9.**

Cho , ,  thỏa mãn. Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Từ giả thiết ta cộng thêm  vào mỗi tỉ số trong dãy tỉ số bằng nhau có: 

*TH1:*

*TH2:*

**Bài 10.**

Cho  và 

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Từ giả thiết nghịch đảo các phân thức ta có: 

Cộng  vào các tỉ số ta được:

 vì 

nên 

**Bài 11.**

Cho  và .

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có:

*TH1:*

*TH2:*

**Bài 12.**

Cho  và khác nhau, thỏa mãn .

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Từ giả thiết ta nghịch đảo các phân thức

Cộng  vào các tỉ số ta được: 

*TH1:*

*TH2:*

**Bài 13.**

Cho 4 số x,y,z,t thỏa mãn 

Và  Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Từ giả thiết ta cộng  vào mỗi tỉ số trong dãy tỉ số bằng nhau ta được:





Thay vào ta tính được 

**Bài 14.**

Cho 

Tính 

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có

Thay vào A ta được 

**Bài 15**

Cho . Tính 

**Lời giải**

Từ giả thiết nghịch đảo ta được:

Cộng thêm 1 vào các tỉ số ta được:



*TH1:*

*TH2:*

**Bài 16.**

Cho  khác  và thỏa mãn. Tính 

**Lời giải**

Với , ,  khác 0, nghịch đảo giả thiết ta được:



khi đó: 

**Bài 17.**

Cho  và .

Tính 

**Lời giải**

Theo giả thiết: 

Ta có: 

Vậy .

**Bài 18.**

Tính giá trị của biểu thức A, biết 

**Lời giải**

+) Nếu 

+) Nếu 

**Bài 19.**

Tính , biết  có quan hệ:

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có:

**Bài 20.**

Cho  Tính giá trị : 

**Lời giải**

Cộng theo vế của giả thiết ta được:, thay  trở lại ta có:



Tương tự ta có:. Khi đó ta được 

**Bài 21.**

Cho và . Tính 

**Lời giải**

Ta có 



**Bài 22.**

Cho . Tính 

**Lời giải**

Từ 

**Bài 23.**

Cho x, y, z là các số khác 0 và  đồng thời thỏa mãn . Tính 

**Lời giải**

Ta có 

Tương tự: 

Từ (1)(2)(3) 

**Bài 24.**

Cholà các số thực thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :



Khi đó ta có 

Khi đó ta có 

Vậy với  là các số thực thỏa mãn

Thì giá trị của biểu thức là 1008.

**Bài 25.**

Cho tỉ lệ thức  . Tính giá trị của tỉ số 

**Lời giải**

**Cách 1 :**

Từ 

Vậy 

**Cách 2:** Từ 

Đặt 



Vậy 

**Bài 26.**

Cho các số khác 0. Tính . Biết  thỏa mãn:

**Lời giải**

Từ 







 nên 

**Bài 27.**

Cholà các số thực thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :



Khi đó ta có 

Vậy với x, y, z là các số thực thỏa mãn .

Thì giá trị của biểu thức là 2.

**Bài 28.**

Cho thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

Nếu thì 



Thay vào  ta được: 

Nếu thì 

Thay vào  ta được: 

**Dạng 5. Áp dụng tỷ lệ thức để giải các bài toán thực tế (Toán chia tỉ lệ)**

I. Phương pháp giải

Bước 1:Sử dụng chữ (biến số) để đặt các đại lượng chưa biết và đặt điều kiện của ẩn.

Bước 2:Lập dãy tỷ số bằng nhau và tìm điều kiện.

Bước 3:Tìm đại lượng chưa biết (giải phương trình).

Bước 4:So sánh với điều kiện và kết luận bài toán.

II. Bài tập

**Bài****:** Tìm các số có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của và  chữ số xếp theo thứ tự tăng dần tỷ lệ với.

**Lời giải**

Gọi ba chữ số cần tìm xếp theo thứ tự tăng dần là 

Vì 3 chữ số xếp theo thứ tự tăng dần tỷ lệ với  nên

Mà số phải tìm chia hết cho 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :



Do đó 

Từ (1) và (2) 

Lại có số phải tìm chia hết cho  nên là số chẵn nên ta có các số  hoặc 

Có  không chia hết cho  và  Số phải tìm là .

Vậy số cần tìm là .

**Bài****:**Độ dài ba cạnh của một tam giác tỷ lệ với . Hỏi rằng ba chiều cao tương ứng với ba cạnh đó tỷ lệ với số nào?

**Lời giải**

Gọi là ba cạnh của tam giác và  tương ứng là ba đường cao của tam giác đó.()

Coi  là diện tích của tam giác trên ().

Vì độ dài ba cạnh của một tam giác tỷ lệ với  nên

Diện tích tam giác là:

Thay  vào  ta được: 



Vậy ba đường cao tỷ lệ với .

**Bài 3.**Một ô tô đi từ đến . Saukhi đi được nửa quãng đường ô tô tăng vận tốc thêm 20%. Do đó ô tô đến  sớm hơn dự định 10 phút. Tính thời gian ô tô đi từ đến 

**Lời giải**

Gọi  là vận tốc và thời gian ô tô đi trên nửa quãng đầu()

Gọi  là vận tốc và thời gian ô tô đi trên nửa quãng sau()

Saukhi đi được nửa quãng đường ô tô tăng vận tốc thêm 20% nên 

Vì ô tô đến  sớm hơn dự định phút nên 

Vì vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên



Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: 



Vậy thời gian ô tô đi từ  đến  là (phút).

**Bài 4.**Ba đường cao của một tam giác là . Tìm , biết  là một số nguyên dương.

**Lời giải**

Gọi  là ba cạnh của tam giác có 3 đường cao tương ứng là ()

Gọi  là diện tích của tam giác ()

Rõ ràng: 

Theo quan hệ giữa ba cạnh trong tam giác ta có:



Vậy hoặc .

**Bài 5:**Ba máy xay xay được  tấn thóc. Số ngày làm việc của các máy tỷ lệ với . Số giờ làm việc của các máy trong một ngày tỷ lệ với . Công suất của các máy tỷ lệ nghịch với . Hỏi mỗi máy đã xay được bao nhiêu tấn thóc?

**Lời giải**

Gọi số ngày là: . Số giờ là:. Công suất là:

Vì số ngày làm việc của các máy tỷ lệ với  nên 

Vì số giờ làm việc của các máy trong một ngày tỷ lệ với  nên 

Vì công suất của các máy tỷ lệ nghịch với  nên 

Từ 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

.

Vậy ba máy xay đã xay được số thóc lần lượt là:  (tấn).

**Bài 6:** Lớp 7B có  học sinh được chia làm  tổ. Nếu tổ  thêm  học sinh, tổ  bớt đi  học sinh, tổ  thêm  học sinh thì số học sinh tổ 1, 2,  tỷ lệ nghịch với . Tìm số học sinh của mỗi tổ?

**Lời giải**

Gọi số học sinh tổ 1, 2,  lần lượt là: (học sinh)

Lớp 7B có  học sinh 

Khi tổ  thêm  học sinh, tổ  bớt đi  học sinh, tổ  thêm  học sinh thì số học sinh tổ 1, 2,  tỷ lệ nghịch với  nên ta có: 



Vậy số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ  lần lượt là: (học sinh)

**Bài 7:** Một cửa hàng có ba bao gạo, tổng khối lượng của ba bao gạo là , giá tiền mỗi  gạo trong ba bao gạo là như nhau. Sau một ngày bán hàng thì của hàng còn lại  bao thứ nhất, bao thứ hai và  bao thứ ba. Số tiền bán được của ba bao thứ nhất, thứ hai, thứ ba tỷ lệ với . Tính xem trong ngày đó cửa hàng đã bán được bao nhiêu  gạo ở mỗi bao?

**Lời giải**

Gọi số  gạo ở bao thứ nhất, hai, ba là 

Tổng khối lượng  bao gạo là  nên ta có: 

Sau một ngày bán hàng thì của hàng còn lại  bao thứ nhất, bao thứ hai và  bao thứ ba nên cửa hàng bán được số  gạo ở bao thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là: 

Số tiền bán được của ba bao gạo tỷ lệ với và giá tiền mỗi  gạo của ba bao gạo là như nhau nên số  gạo bán được của ba bao gạo tỷ lệ với 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:



Vậy cửa hàng đó đã bán được số  gạo ở bao thứ nhất, hai, ba là bao lần lượt là: .

**Bài****:** Ba bể nước có tất cả  lít nước, sau khi rút bớt đi  lượng nước ở bể 1,  lượng nước ở bể  và  lượng nước ở bể  thì lượng nước còn lại trong  bể là như nhau. Hỏi lúc đầu mỗi bể chứa bao nhiêu lít nước?

**Lời giải**

Gọi lượng nước của ba bể lúc ban đầu là  (lít) ()

Vì ba bể nước có tất cả  lít nước nên 

Lượng nước còn lại của bể 1, 2,  sau khi rút nước là: 

Vì sau khi rút nước thì lượng nước còn lại trong ba bể như nhau nên



Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có



**Bài****:** Tìm ba số tự nhiên, biết rằng tỷ số của số thứ nhất với số thứ hai là , tỷ số giữa số thứ nhất và thứ ba là  và  của ba số đó bằng .

**Lời giải**

Gọi ba số cần tìm lần lượt là:  ()

Vì tỷ số của số thứ nhất với số thứ hai là , tỷ số giữa số thứ nhất và thứ ba là  nên 

Đặt 

Vì  của ba số đó bằng nên





Vậy ba số cần tìm lần lượt là:.

**Bài****:** Một vật chuyển động trên các cạnh của hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc , trên cạnh thứ ba vật chuyển động với vận tốc , trên cạnh thứ tư vật chuyển động với vận tốc . Hỏi độ dài cạnh hình vuông là bao nhiêu , biết rằng tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh bằng  giây?

**Lời giải**

Gọi  lần lượt là thời gian vật chuyển động trên  cạnh tương ứng với vận tốc 

Do bốn cạnh của hình vuông là bằng nhau nên 

Vì tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh bằng  giây (hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc) nên 

Ta có 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:



Vậy độ dài cạnh hình vuông là .

**Bài****:**Hãy tìm tất cả các số có hai chữ số biết rằng tổng, hiệu, tích của các chữ số của số đó là ba số nguyên dương và tỉ lệ với .

**Lời giải**

Gọi số cần tìm là: . Giả sử 

Vì tổng, hiệu, tích của các chữ số của số đó là ba số nguyên dương và tỉ lệ với  nên: 

 (vô lý vì ,  cùng dấu).

Vậy không có giá trị nào thỏa mãn yêu cầu bài.

**Bài****:** Tìm hai số hữu tỉ  biết hiệu  và  bằng thương của  và  và bằng  lần tổng của  và .

**Lời giải**

Vì hiệu  và  bằng thương của  và  và bằng  lần tổng của  và b nên : 



Vậy hai số cần tìm là:  và 

**Bài****:**Tìm 3 phân số có tổng của chúng bằng , các tử của chúng tỉ lệ với  và các mẫu só tương ứng của chúng tỉ lệ với.

**Lời giải**

Gọi 3 phân số cần tìm là: ()

Vì 3 phân số có tổng của chúng bằng nên 

Vì các tử của chúng tỉ lệ với  nên



Vì các mẫu số tương ứng của chúng tỉ lệ với  nên



Ta có





Vậy ba phân số cần tìm là .

**Bài****:** Số  được chia làm  số tỉ lệ với , tìm số  biết rẳng tổng bình phương của ba số đó bằng ?

**Lời giải**

Giả sử  được chia thành 3 số là .

Vì tổng bình phương của ba số bằng  nên 

Số  được chia làm  số tỉ lệ với  nên 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:





Vậy  hoặc  (Vì x, y, z cùng dấu).

**Bài****:**Ba lớp cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp với tỉ lệ nhưng sau đó chia theo tỉ lệ nên có một lớp nhận nhiều hơn 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua?

**Lời giải**

Gọi tổng số gói tăm 3 lớp cùng mua là .

Số gói tăm dự định chia cho 3 lớp lúc đầu lần lượt là .()

Ta có: 

Số gói tăm sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là  (), ta có:



So sánh và ta có: nên lớp 7C nhận nhiều hơn lúc đầu.

Vì lớp 7C nhận nhiều hơn  gói nên

Vậy số gói tăm  lớp đã mua là  gói.

**Bài****:**Trong kì thi HSG của trường, ba bạn Tài, Trí, Đức được cô giáo thưởng . Số tiền thưởng được phân chia tỉ lệ với số điểm mà mỗi bạn đạt được, biết số điểm của Tài bằng  so với số điểm của Trí, số điểm của Đức bằng  tổng số điểm của hai người kia. Tính số tiền mỗi bạn được thưởng?

**Lời giải**

Gọi số tiền thưởng của Tài, Trí, Đức lần lượt là (đồng)()

Vì ba bạn Tài, Trí, Đức được cô giáo thưởng nên .

Vì số tiền thưởng được phân chia tỉ lệ với số điểm mà mỗi bạn đạt được mà số điểm của Tài bằng  so với số điểm của Trí, số điểm của Đức bằng  tổng số điểm của hai người kia nên ta có :

và nên .

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

Vậy số tiền thưởng của Tài, Trí, Đức lần lượt là (đồng).

**Bài****:** Ba đơn vị cùng xây dựng chung 1 chiếc cầu hết  triệu, đơn vị thứ nhất có 8 xe và cách cầu km, đơn vị thứ hai có 6 xe và cách cầu 3km, đơn vị thứ 3 có 4 xe và cách cầu  km. Hỏi mỗi đơn vị phải trả bao nhiều tiền cho việc xây cầu biết số tiền phải trả tỉ lệ thuận với số xe và tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ các đơn vị tới cầu ?

**Lời giải**

Gọi số tiền mà mỗi đơn vị thi công phải trả cho việc xây dựng cầu là x, y, z (triệu) ()

Vì ba đơn vị cùng xây dựng chung 1 chiếc cầu hết 340 triệu nên

Vì số tiền phải trả tỉ lệ thuận với số xe và tỉ lệ thuận nghịch với khoảng cách mỗi đơn vị đến nơi xây cầu nên ta có:

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:



Vậy số tiền mà mỗi đơn vị thi công phải trả cho việc xây dựng cầu lần lượt là:(triệu)

**Bài****:** Chocó các góc  tỉ lệ với . Các góc ngoài tương ứng tỉ lệ với các số nào?

**Lời giải**

Gọi ba góc trong và ngoài của  lần lượt là  và  ()

Theo bài ra ta có  và 

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:





Vậy các góc ngoài tương ứng tỉ lệ với 