**ĐS7.CHUYÊN ĐỀ 2-LŨY THỪA, TÌM X**

**PHẦN I.TÓM TẮT LÍ THUYẾT.**

***1. Lũy thừa với số mũ tự nhiên***



thừa số

***Quy ước:***

***2. Các phép tính về lũy thừa***







***3. Lũy thừa với số mũ nguyên âm***

 *với* 

**PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.**

**Dạng 1. Tính.**

**Dang 1.1:Sử dụng các phép tính về lũy thừa để thực hiện phép tính .**

**I. Phương pháp giải .**

+) Sử dụng định nghĩa về lũy thừa và các phép tính về lũy thừa để thực hiện phép tính

+) Để thực hiện phép tính chứa nhiều lũy thừa, ta dùng các công thức biến đổi về lũy thừa của các số nguyên tố. Sau đó có thể dùng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.

**II. Bài toán.**

**Bài 1.** Tính:

a)  b) 

c) 

**Lời giải :**

1. 
2. 
3. 

**Bài 2.** Thực hiện phép tính:

a)  b)

c) 

**Lời giải:**

1. 





 

1. 
2. 

**Bài 3.** Thực hiện phép tính:

a)  b)  c) 

**Lời giải**

1. 
2. 
3. 

**Bài 4.** Rút gọn biểu thức:

a)  b)  c) 

**Lời giải:**

1. 
2. 
3. 

**Dạng 1.2: Tính tổng các lũy thừa của cùng một cơ số.**

**I. Phương pháp giải .**

Nhân cả 2 vế của biểu thức với cơ số, sau đó cộng hoặc trừ từng vế (tùy từng bài ) .

**II. Bài toán.**

**Bài 1.** Tính:

a)  b) 

c)  d) 

**Lời giải:**

1. 



Ta có:



1. 



Ta có:

 hay 

1. 









1. 









**Bài 2.** Rút gọn biểu thức:

a) b) 

c)  d) 

**Lời giải:**

1. 









1. 





hay 

1. 





 hay 

1. 









**Bài 3:** Chứng minh rằng : 

**Lời giải:**



Xét 







**Bài 4:** Cho . Hãy so sánh  với 

**Lời giải:**



Xét : 

mà 

Suy ra : 





 

**Bài tập tự luyện:**

**Bài 1: Tính**

a)  b) 

c) 

**Đáp số:**

1. ** . b)  . c).**

**Bài 2: Thực hiện phép tính:**

a) b)  c)

d)  e)  f) 

**Đáp số:**

1. ** . b)  . c). d)  . e) . f) .**

**Bài 3:** Thực hiện phép tính:

a)  b) 

c)  d) 

e)  f) 

**Đáp số :**

1. ** . b) . c) . d). e)  . f) .**

**Bài 4:** Tính giá trị các biểu thức sau:





**Đáp số:**



**.**

**Bài 5:** Thu gọn các biểu thức sau:







**Đáp số:**



**Bài 6:** Chứng minh rằng tổng: 

**Hướng dẫn:**

Tính được



**Bài 7:** Chứng minh rằng: 

**Hướng dẫn:**

****

**Dạng 2. Tìm** **.**

**I.Phương pháp giải.**

Khi tìm  có chứa lũy thừa:

+) Biến  ở phần cơ số, ta đưa hai vế về cùng số mũ và lưu ý:

 (với lẻ) thì 

 (với  chẵn) thì  hoặc 

+) Biến  ở phần số mũ, ta đưa hai vế về cùng cơ số và sử dụng :

 (với ) thì 

**II.Bài toán.**

**Bài 1.** Tìm :

a)  c) 

b)  d) 

**Lời giải:**

|  |  |
| --- | --- |
| Vậy | Vậy |
| Vậy | Vậy |

**Bài 2.** Tìm số nguyên , biết rằng:

1.  b) 

c)  d) 

**Lời giải:**

1.  (Thỏa mãn  ). Vậy
2.  ( thỏa mãn  ). Vậy
3.  (Thỏa mãn  ).Vậy 
4.  (Thỏa mãn  ).Vậy 

**Bài 3.** Tìm số tự nhiên , biết rằng:

1.  b) 

**Lời giải:**

|  |  |
| --- | --- |
| ( Thỏa mãn  )  Vậy | ( Thỏa mãn  )  Vậy |

**Bài tập tự luyện:**

**Bài 1.** Tìm :

a)  b)  c) 

**Đáp số :**

1. ** b)  c)**

**Bài 2.** Tìm  là số tự nhiên, biết .

a)  b)  c) 

d)  e) f) 

g) 

**Đáp số:**

1. ** b)  c)  d)  e) **

**f)(** không thỏa mãn ), vậy không có số tự nhiên  nào thỏa mãn đề bài **g) **

**Dạng 3. So sánh hai lũy thừa**

\* Để so sánh hai lũy thừa ta thường đưa về so sánh hai lũy thừa cùng cơ số hoặc cùng số mũ.

+ Nếu hai lũy thừa cùng cơ số thì lũy thừa nào có số mũ lớn hơn sẽ lớn hơn

Nếu  thì 

+ Nếu 2 lũy thừa có cùng số mũ ( lớn hơn 0) thì số mũ nào có cơ số lớn hơn sẽ lớn hơn

Nếu  thì 

Ngoài hai cách trên, để so sánh hai lũy thừa ta còn dùng tính chất bắc cầu, tính chất đơn điệu của phép nhân. ( thì với c>0)

**Dạng 3.1. So sánh hai lũy thừa có cùng cơ số, hoặc cùng số mũ**

**I. Phương pháp giải:**

Nếu  thì 

Nếu  thì 

**II. Bài toán**

**Bài 1**. So sánh

 và  b)  c)  và 

**Lời giải**

Với bài này học sinh có thể nhìn ngay ra cách giải vì các lũy thừa đã có cùng cơ số hoặc có cùng số mũ.

a) Vì 1 < 17 < 23 nên 

b) Vì 2007 < 2008 nên 

c) Ta có:  và 

Vậy 

**Bài 2.** So sánh

|  |  |
| --- | --- |
| a) | e) |
| b) | f) |
| c) | g) |
| d) | h) |

**Lời giải**

Để làm được bài này học sinh cần sử dụng linh hoạt các tính chất của lũy thừa để đưa các lũy thừa về cùng cơ số hoặc cùng số mũ.

1. Ta có:  ; 

Vì 

1. Tương tự câu a, ta có: 

Vì 

1. Ta có: 
2. Ta có: 



Vì 

1. Ta thấy: 
2. Ta có:  (1)

 (2) Từ (1) và (2) suy ra: 

1. Ta có:  

Từ (\*) và (\*\*) 

1. Có: 



Vì 

**Bài 3.** Chứng tỏ rằng: 

**Lời giải**

Với bài này, học sinh lớp 7 sẽ không định hướng được cách làm, giáo viên có thể gợi ý: hãy chứng tỏ

Ta có: 

Lại có: 

Từ (1) và (2) => 

**Bài 4.** So sánh

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
| c) | d) |

**Lời giải**

Đưa về so sánh hai lũy thừa tự nhiên.

a) 

Vì 

b) 

Vì 

c) 

Mà  Vậy 

d) Ta có: ()100 = =  = và ()500 = = 

Vì nên . Vậy 

**Dạng 3.2. So sánh hai số lũy thừa khác cơ số và số mũ**

**II. Bài toán**

**Bài 1**. So sánh

|  |  |
| --- | --- |
| a) | c) |
| b) | d) |

**Lời giải**

Nếu ở bài trước có thể so sánh trực tiếp các lũy thừa cần so sánh hoặc chỉ sử dụng một lũy thừa trung gian thì bài này nếu chỉ áp dụng cách đó thì khó tìm ra lời giải cho bài toán. Với bài này ta cần so sánh qua hai lũy thừa trung gian:

a) Ta thấy: 



Từ (1) và (2)  vậy 

b) Ta thấy 



Do 

c)Ta thấy :



Do 

d) Ta thấy



Từ (1) và (2)

**Bài 2.** So sánh

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |  |
| **Lời giải** |  |  |  |

a)



Vì 

Vậy 

b)

Ta có 

Vì 

c)

Ta có: 

Vì 

**Dạng 3.3: So sánh hai biểu thức chứa lũy thừa**

**I. Phương pháp giải**

Với A, B là các biểu thức ta có: 

 hoặc 

**II. Bài toán**

**Bài 1** . So sánh A và B biết: 

Trước khi tìm lời giải bài này giáo viên có thể cung cấp cho học sinh tính chất sau :

\* Với mọi số tự nhiên a , b , c khác 0 , ta chứng minh được :

+) Nếu 

+) Nếu 

Áp dụng tính chất trên vào bài 6 , ta có :

Vì  nên

 Vậy A < B .

Giáo viên cũng có thể hướng dẫn học sinh giảỉ bài toán theo những cách sau :

Cách 1: Ta có :





Vì 



Cách 2:







**Bài 2 .** So sánh M và N biết: 

**Lời giải**

Cách 1:



Vậy M < N.

Cách 2: 



Vì 

Vậy M < N.

**Bài 3**. So sánh:

|  |  |
| --- | --- |
| a) và | b) và |
| c) và |  |

**Lời giải**

a) và 

**Cách 1:**

Ta có:

Vậy A>B

**Cách 2:**

Ta có:



Vì 

Vậy .

b) và 

Ta có: 

 

Vì 

Suy ra: 

Hay 

c) và 

Bài này không giống bài 1 và bài 2. Học sinh sẽ lúng túng khi bắt tay làm bài, giáo viên cần hướng dẫn : Quy đồng mẫu E và F , ta có :

 và 

Để so sánh E và F lúc này ta có thể so sánh tử số của E và tử số của F.

Xét hiệu tử số của E trừ tử số của F:













Vậy E > F.

**Dạng 4. Lũy thừa trong các bất đẳng thức.**

**I. Phương pháp giải.**

Vận dụng tính chất không âm của biểu thức có lũy thừa chẵn dẫn đến phương pháp bất đẳng thức.

\* Nhận xét: Tổng của các số không âm là một số không âm và tổng đó bằng 0 khi và chỉ khi các số hạng của tổng đồng thời bằng 0.

\* Cách giải chung: 

B1: đánh giá: 

B2: Khẳng định: 

\* **Chú ý**: Bài toán có thể cho dưới dạng  nhưng kết quả không thay đổi

\* Cách giải:  (1)

 (2)

Từ (1) và (2) 

**II. Bài toán.**

**Bài 1.** Tìm  biết:

a,  b,

**Lời giải**

a, 

Vì:  nên để:  thì 

⇒ Không có giá trị  nào thỏa mãn.

b, 

Vì 

nên để : 

Vậy 

**Bài 2.** Tìm  biết:

a,  b,   d, 

**Lời giải**

a, 

Vì  nên để:  thì:



Thay  vào , ta được: 

Với 

Vậy

b, 

Vì:  và  nên để : thì:

Vậy

c, 

Vì  và  nên để:  thì 



Vậy

d, 

Vì  nên để:  thì  

Vậy

**Bài 3.** Tìm  biết:

a,  b, 

c,  d, 

**Lời giải**

a, 

Vì  nên để : thì: 

Vậy

b, 

Vì: ;  và  

nên để :  thì 

Vậy 

c, 

Vì  nên để: 

thì 

Vậy  hoặc 

d, 

Vì :  nên để :  thì 



Vậy 

**Bài 4.** Tìm  biết:

a,  b, 

c,  d,

e, 

**Lời giải**

a, 

Vì  nên để : 

thì 

Vậy 

b, 

Vì , nên để  thì 

Vậy 

c, 

Vì : , nên để : 

thì : 

Vậy 

d, 

Vì : , nên để :  thì : 

Vậy 

e, .

Vì .

nên để :  thì : 

Vậy 

**Bài 5.** Tìm các số nguyên  biết: .

**Lời giải**

Ta có:  là các số chính phương

Mặt khác, vì:  nên để 

thì  là các số chính phương nhỏ hơn 4. Ta có các số chính phương nhỏ hơn 4 là 0 và 1, nên ta có các TH sau :

TH1 : 

TH2 : 

TH3 : 

TH4 : 

Vậy 

**Bài 6.** Tìm  biết:

a,  b,

c,  d, 

**Lời giải**

a, 

Vì 

nên để  thì: 

Vậy 

b, 

Vì : 

nên để :

Vậy 

c, 

Vì :  nên để : 

Vậy 

d, 

Vì ,

nên để : thì 

Vậy 

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1.** Tìm  biết:

a)  b)

c)  d) 

**Đáp án**:

;   

**Bài 2.** Tìm  biết:

a,  b, 

c,  d, 

e,  f, 

**Đáp án**:

;     

**Bài 3.** Tìm  biết:

a,  b)  c,  d, 

**Đáp án**:

;   

**Bài 4.** Tìm  biết:

a,  b, 

c,  d, 

**Đáp án**:

;   

**Dạng 5. TÌM CHỮ SỐ TẬN CÙNG**

**Dạng 5.1. TÌM MỘT CHỮ SỐ TẬN CÙNG**

**I.Phương pháp giải.**

**- Tính chất:**

**Tính chất 1:**   
a) Các số có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6 khi nâng lên lũy thừa bậc bất kì thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.   
b) Các số có chữ số tận cùng là 4, 9 khi nâng lên lũy thừa bậc lẻ thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.   
c) Các số có chữ số tận cùng là 3, 7, 9 khi nâng lên lũy thừa bậc 4n (n thuộc N) thì chữ số tận cùng là 1.   
d) Các số có chữ số tận cùng là 2, 4, 8 khi nâng lên lũy thừa bậc 4n (n thuộc N) thì chữ số tận cùng là 6.  
Như vậy, muốn tìm chữ số tận cùng của số tự nhiên x = am, trước hết ta xác định chữ số tận cùng của a.  
– Nếu chữ số tận cùng của a là 0, 1, 5, 6 thì x cũng có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6.  
– Nếu chữ số tận cùng của a là 3, 7, 9, vì  am  với nên từ tính chất 1c chữ số tận cùng của x chính là chữ số tận cùng của ar.  
– Nếu chữ số tận cùng của a là 2, 4, 8, cũng như trường hợp trên, từ tính chất 1d  chữ số tận cùng của x chính là chữ số tận cùng của 6.ar.  
Tính chất sau được  từ tính chất 1.  
**Tính chất 2:**Một số tự nhiên bất kì, khi nâng lên lũy thừa bậc 4n + 1 (n thuộc N) thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.  
Chữ số tận cùng của một tổng các lũy thừa được xác định bằng cách tính tổng các chữ số tận cùng của từng lũy thừa trong tổng.  
Từ tính chất 1 tiếp tụctính chất 3.  
**Tính chất 3:**   
a) Số có chữ số tận cùng là 3 khi nâng lên lũy thừa bậc  sẽ có chữ số tận cùng là 7 ; số có chữ số tận cùng là 7 khi nâng lên lũy thừa bậc  sẽ có chữ số tận cùng là 3.   
b) Số có chữ số tận cùng là 2 khi nâng lên lũy thừa bậc sẽ có chữ số tận cùng là 8 ; số có chữ số tận cùng là 8 khi nâng lên lũy thừa bậc sẽ có chữ số tận cùng là 2.   
c) Các số có chữ số tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9, khi nâng lên lũy thừa bậc sẽ không thay đổi chữ số tận cùng.

**II.Bài toán.**

**Bài 1** Tìm chữ số tận cùng của các số:  
a)    b)    c) 4567  
**Lời giải:**  
a)   
Do  có chữ số tận cùng là 1 (theo tính chất 1c),  có chữ số tận cùng là 3  có chữ số tận cùng là chữ số tận cùng của là 3.  
b) Dễ thấy  theo tính chất 1d thì có chữ số tận cùng là 6có chữ số tận cùng là chữ số tận cùng của . Vậy chữ số tận cùng của  là 6  
c) Ta có  theo tính chất 1d,  có chữ số tận cùng là 6 nên  có chữ số tận cùng là chữ số tận cùng của  là 4.

**Bài 2.** Tìm chữ số tận cùng của 

**Lời giải:** 

Ta có  tận cùng là 1 nên  tận cùng là 1 , mà  tận cùng là 7

Suy ra  tận cùng là 7.tận cùng là 7

Ta có: 

Ta có  tận cùng là 1 nên  tận cùng là 1

Suy ra  tận cùng là 7

Do vậy tận cùng là 0.

**Bài 3:** Tìm chữ số tận cùng của tổng 

**Lời giải:**

**Ta có:** 



 hay 



Vậy có chữ số tận cùng là 0.

**Bài 4.** Tìm chữ số tận cùng của tổng 

**Lời giải:**  
Nhận xét:  Mọi lũy thừa trong S đều có số mũ khi chia cho 4 thì dư 1 (các lũy thừa đều có dạng .  
Theo tính chất 2, mọi lũy thừa trong S và các cơ số tương ứng đều có chữ số tận cùng giống nhau, bằng chữ số tận cùng của tổng:  


Vậy chữ số tận cùng của tổng S là 9.  
**Bài 5.** Tìm chữ số tận cùng của tổng 

**Lời giải:**  
Nhận xét:  Mọi lũy thừa trong T đều có số mũ khi chia cho 4 thì dư 3 (các lũy thừa đều có dạng   
Theo tính chất 3 thì  có chữ số tận cùng là 8 ;  có chữ số tận cùng là 7 ;  có chữ số tận cùng là 4 ; …  
Như vậy, tổng T có chữ số tận cùng bằng chữ số tận cùng của tổng:  

  
Vậy chữ số tận cùng của tổng T là 9.

**Bài 6:** Tồn tại hay không số tự nhiên n sao cho  chia hết cho .  
**Lời giải:**  tận cùng bởi chữ số 5 nên chia hết cho 5. Vì vậy, ta đặt vấn đề là liệu có chia hết cho 5 không?  
Ta có , là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên chữ số tận cùng của n2 + n chỉ có thể là 0 ; 2 ; 6 => chỉ có thể tận cùng là 1 ; 3 ; 7 =>  không chia hết cho 5.  
Vậy không tồn tại số tự nhiên n sao cho chia hết cho .  
**Dạng 5.2. TÌM HAI CHỮ SỐ TẬN CÙNG**  
**I. Phương pháp giải.**

**Nhận xét:** Nếu  thì hai chữ số tận cùng của x cũng chính là hai chữ số tận cùng của y.  
Hiển nhiên là y ≤ x. Như vậy, để đơn giản việc tìm hai chữ số tận cùng của số tự nhiên x thì thay vào đó ta đi tìm hai chữ số tận cùng của số tự nhiên y.  
Rõ ràng số y càng nhỏ thì việc tìm các chữ số tận cùng của y càng đơn giản hơn.  
Từ nhận xét trên, ta đề xuất phương pháp tìm hai chữ số tận cùng của số tự nhiên như sau:  
**Trường hợp 1:** Nếu a chẵn thì . Gọi n là số tự nhiên sao cho . với p chẵn.  
Viết  trong đó q là số nhỏ nhất để  ta có:  
.  
Vì  Mặt khác, do ƯCLN nên.  có hai chữ số tận cùng là 00.  
Vậy hai chữ số tận cùng của  cũng chính là hai chữ số tận cùng của . Tiếp theo, ta tìm hai chữ số tận cùng của .  
**Trường hợp 2:** Nếu a lẻ , gọi n là số tự nhiên sao cho .  
Viết   
Vì có hai chữ số tận cùng là 00  
Vậy hai chữ số tận cùng của cũng chính là hai chữ số tận cùng của. Tiếp theo, ta tìm hai chữ số tận cùng của .  
Trong cả hai trường hợp trên, chìa khóa để giải được bài toán là chúng ta phải tìm được số tự nhiên n. Nếu n càng nhỏ thì q và v càng nhỏ nên sẽ dễ dàng tìm hai chữ số tận cùng của  và .

**Tính chất 4: Nếu**  thì 

**Một số trường hợp cụ thể:**

**Các số** có tận cùng là 01,25,76 nâng lên lũy thừa nào( khác 0) cũng tận cùng là 01,25,76.

Các số  có tận cùng là 01.

**Các số**  có tận cùng là 76.

Số  có tận cùng là 76.

**II.Bài toán.**

**Bài 7:**Tìm hai chữ số tận cùng của các số:  
a)         b)    
**Lời giải:**

Do  là số chẵn, theo trường hợp 1, ta tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho .  
Ta có 

.

Vậy hai chữ số tận cùng của  là 08  
b)   Do  là số lẻ, theo trường hợp 2, ta tìm số tự nhiên n bé nhất sao cho   
.  
Vì có tận cùng bằng 01 nâng lên lũy thừa nào ( khác 0) cũng tận cùng là 01. Do đó

Vậycó hai chữ số tận cùng là 43.  
**Bài 8:**Tìm hai chữ số tận cùng của các số:  
       
**Lời giải:**

## 







**Dạng 5.3. TÌM BA CHỮ SỐ TẬN CÙNG**  
**I.Phương pháp giải.**  
**\* Tìm ba chữ số tận cùng**  
**Nhận xét:** Tương tự như trường hợp tìm hai chữ số tận cùng, việc tìm ba chữ số tận cùng của số tự nhiên x chính là việc tìm số dư của phép chia x cho 1000.  
Nếu thì ba chữ số tận cùng của x cũng chính là ba chữ số tận cùng của y (y ≤ x).  
Do 1000 = 8 . 125 mà ƯCLN(8, 125) = 1 nên ta đề xuất phương pháp tìm ba chữ số tận cùng của số tự nhiên như sau:  
**Trường hợp 1:** Nếu a chẵn thì . Gọi n là số tự nhiên sao cho 

Viết , trong đó q là số nhỏ nhất để ta có:  
x = am = aq(apn – 1) + aq.  
. Mặt khác, do ƯCLN(8, 125) = 1 nên .  
Vậy ba chữ số tận cùng của  cũng chính là ba chữ số tận cùng của . Tiếp theo, ta tìm ba chữ số tận cùng của .  
**Trường hợp 2:** Nếu a lẻ , gọi n là số tự nhiên sao cho .  
Viết   
Vì có ba chữ số tận cùng là 000  
Vậy ba chữ số tận cùng của  cũng chính là ba chữ số tận cùng của . Tiếp theo, ta tìm ba chữ số tận cùng của av.  
**Tính chất 5: Nếu**  thì 

**Một số trường hợp cụ thể:**

**Các số** có tận cùng là 001, 625, 376, 0625 nâng lên lũy thừa nào ( khác 0) cũng tận cùng là 001, 625, 376, 0625.

Nếu số chia hết cho 8 thì ta có thể tìm ba chữ số tận cùng theo các bước:

B1: Tìm dư của phép chia số đó cho 125

B2: Suy ra các khả năng của ba chữ số tận cùng

B3: Kiểm tra điều kiện chia hết cho 8 để chọn giá trị đúng.

**II.Bài toán.**

**Bài 9:**Tìm ba chữ số tận cùng của số

**Lời giải:**



Vậy ba chữ số tận cùng của sốlà 625.

**Bài 10:**Tìm ba chữ số tận cùng của .  
**Lời giải:**

 Do ƯCLN(2004, 5) = 1 (theo tính chất 5)  
 chia cho 125 dư 1  
 chia cho 125 dư 1  
 chỉ có thể tận cùng là 126, 251, 376, 501, 626, 751, 876. Do  chia hết cho 8 nên chỉ có thể tận cùng là 376.  
**Bài 11:**Tìm ba chữ số tận cùng của .  
**Lời giải:**

Theo tính chất 5, do (9; 5) = 1  (1).  
Tương tự bài 10, ta có  (2).  
Vì (8, 125) = 1, từ (1) và (2) suy ra:  .  
Vậy ba chữ số tận cùng của cũng chính là ba chữ số tận cùng của .  
Lại vì 9100 – 1 chia hết cho 1000  ba chữ số tận cùng của  là 001 mà 

 ba chữ số tận cùng của 999 là 889.  
Vậy ba chữ số tận cùng của  là 889.  
Từ phương pháp tìm hai và ba chữ số tận cùng đã trình bày, chúng ta có thể mở rộng để tìm nhiều hơn ba chữ số tận cùng của một số tự nhiên.

**BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

**Bài 1**: Tìm chữ số tận cùng của 

**Đáp án:** 

**Bài 2:** Tìm hai chữ số tận cùng của 

**Đáp án:** 

**Bài 3:** Tìm ba chữ số tận cùng của 

**Đáp án:** 

**Bài 4:** Tìm bốn chữ số tận cùng của 

**Đáp án**: 

**Bài 5:** Tìm chữ số tận cùng của các tổng



**Đáp án:** 



**Dạng 6. Lũy thừa trong chứng minh chia hết**

**I. Phương pháp giải.**

- Áp dụng tính chất chia hết.

- Đối với dạng toán này đề bài chủ yếu rơi vào: Tìm  nguyên để  nguyên, tìm  nguyên để  chia hết cho 

- Phương pháp giải:

+ Đưa về dạng  (m là hằng số)

+ Để  nguyên thì 

+ Tìm  thỏa mãn.

**II.Bài tập.**

**Bài 1:** Tìm số nguyên  thỏa mãn:

a,  b, 

c,  d, 

**Lời giải:**

a, 



b, 

c, 



d,. Vì  hay 



**Bài 2:** Tìm số nguyên  thỏa mãn:

a,  b, 

c,  d, 

**Lời giải:**

a, 

b, 

c, 

d, 

**Bài 3:** Tìm  để 

**Lời giải:**

Ta có : 



**Bài 4:** Tìm  nguyên để 

**Lời giải:**

Để :  thì 



**Bài 5:** Tìm  nguyên để 

**Lời giải:**

Ta có : để :  thì 



**Bài 6:** Tìm số nguyên  để  là 1 số nguyên

**Lời giải:**

Để :  có gí trị nguyên thì : 

**Bài 7:** Tìm  nguyên để giá trị của biểu thức:  là số nguyên

**Lời giải:**

Ta có: 

Để  nguyên thì . Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | ktm | ktm |  |  |

Vậy  thì  nguyên

**Bài 8**: CMR: với mọi  là số nguyên dương

**Lời giải:**

Ta có: 

Vì  là tích của ba số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 3 và  là tích của hai số nguyên liên tiếp nên chia hết cho .

Suy ra 

Lại có: 

 chia hết cho 

Từ đó suy ra:  với mọi số nguyên dương .

**Bài 9:** CMR: , chia hết cho 

**Lời giải:**

Ta có:   

**Bài 10:** CMR :  chia hết cho 

**Lời giải:**

 Có tổng các chữ số là  nên chia hết cho , và có chữ số tận cùng là  nên chia hết cho , mà . Như vậy  chia hết cho 

**Bài 11:** Cho , CMR  chia hết cho 

**Lời giải:**

Ta có : 



**Bài 12:** Cho , biết  , cmr  chia hết cho 

**Lời giải:**

Ta có:  mà  là số nguyên tố

**Bài 13:** Chứng minh rằng nếu  không là bội của  thì  chia hết cho 

**Lời giải:**

Nếu  không là bội của  thì  không chia hết cho  nên  chia cho  dư  hoặc 

Suy ra  chia cho  sẽ dư 

Vì  đều chia hết cho  nên  chia hết cho .

**Bài 14**: Chứng minh rằng  với mọi số nguyên 

**Lời giải:**

Ta có: 



Vì  là tích của  số nguyên liên tiếp nên chia hết cho  và 

 là tích của ba số nguyên liên tiếp nên chia hết cho , suy ra  chia hết cho 

Từ đó suy ra 

**Bài 15 :** CMR : , không chia hết cho  với mọi số tự nhiên 

**Lời giải:**

Giả sử 

Ta có: 





Mặt khác  (vì ) 

Mà  là số nguyên tố nên   mà 

**Bài 16**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 

**Lời giải:**

Ta có: 



**Bài 18:** Cho  là hai số tự nhiên. CMR: 

**Lời giải:**

+ TH1:  hoặc  chia hết cho  thì 

+ TH2  không chia hết cho  thì  chia  sẽ có số dư là  hoặc 

- Nếu  cùng chia cho  dư  hoặc  thì 

- Nếu  chia  dư  và  chia  dư  thì 

- Nếu  chia  dư  và  chia  dư  thì 

Từ đó suy ra  với mọi .

**Bài 19:** Cho  là hai số nguyên. CMR: 

**Lời giải:**

Với , ta có:  chia cho  dư  hoặc 

Nếu  chia cho  có cùng số dư thì  chia hết cho 

Nếu  chia cho  khác số dư thì  chia hết cho 

Suy ra  (1)

Lại có:  chia cho  dư  hoặc  hoặc 

Nếu  chia  có cùng số dư là  thì  chia hết cho 

Nếu  chia  có một số dư là  và một số dư là  thì  chia hết cho 

Nếu  chia cho  có một số dư là  và một số dư là  thì  chia hết cho 

Suy ra  (2)

Nếu  chia cho  có cùng số dư thì  chia hết cho 

Nếu  chia cho  khác số dư thì  chia hết cho 

Suy ra  (3)  
Từ (1) (2) và (3) suy ra  với mọi .

**Bài 20:** Cho  là các số nguyên dương sao cho : chia hết cho . CMR: 

**Lời giải:**

Vì 

Mà 

Khi đó ta có: 

Mà 

🙢 **HẾT** 🙠