**ĐS7.CHUYÊN ĐỀ 1- DÃY SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT – DÃY PHÂN SỐ.**

**ĐS7.I. DÃY CÁC SỐ TỰ NHIÊN**

**PHẦN I.TÓM TẮT LÍ THUYẾT.**

**A. Dãy số mà các số hạng cách đều (dãy cộng)**

**1. Lý thuyết**

Dãy số  trong đó 

Dãy số trên là dãy số cách đều khoảng cách 

**\* Số hạng thứ n của dãy khi biết **



**\* Số số hạng của dãy**



**\* Tổng các số hạng đầu tiên của dãy cộng:**



Chú ý:

\* ***Công thức tổng quát: ***

**B. Dãy số mà các số hạng không cách đều nhau**

***\*Một số công thức tổng quát:***

******

****

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI.**

**Dạng 1. Dãy số mà các số hạng cách đều (dãy cộng)**

**I.Phương pháp giải.**

**\* Số hạng thứ n của dãy khi biết **



**\* Số số hạng của dãy**



**\* Tổng các số hạng đầu tiên của dãy cộng:**



Chú ý:

\* ***Công thức tổng quát: ***

**II.Bài toán.**

**Bài 1:**Tính tổng của dãy số:

a) 

b) 

**Lời giải**

a) 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



b) 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



**Bài 2:** Tính tổng của dãy số:

a) 

b) 

**Lời giải**

a) 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



b) 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



**Bài 3:** Cho tổng 

1. Tìm số hạng thứ 50 của tổng
2. Tính S.

**Lời giải**

Cho tổng 

a) Số hạng thứ của tổng là:



b) Số số hạng của tổng là:

( số hạng)



**Bài 4:** Tính tổng của dãy số:

a) ;

b) .

**Lời giải**

a) 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



b) .

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



**Bài 5:** Tính tổng của dãy số:

a) ;

b) .

**Lời giải**

a) 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



b) 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



**Bài 6:**

a) Tính tổng các số tự nhiên nhỏ hơn ;

b) Tính tổng các số tự nhiên chẵn không vượt quá ;

c) Tính tổng các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn .

**Lời giải**

a) Tính tổng các số tự nhiên nhỏ hơn là

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



b) Tính tổng các số tự nhiên chẵn không vượt quá là 

Số số hạng của tổng là: (số hạng)



c) Tính tổng các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn  là

Số số hạng của tổng là: (số hạng)

.

**Bài 7:** Cho tổng 

1. Tìm số hạng thứ 41 của tổng
2. Tính M.

**Lời giải**



a) Số hạng thứ 41 của tổng là:



b) Số số hạng của tổng M là: (số hạng)

.

**Dạng 2. Dãy số mà các số hạng không cách đều nhau.**

**I.Phương pháp giải.**

***\*Một số công thức tổng quát:***

******

****

**II.Bài toán.**

**Bài 1**: Tính tổng:

a) 

b) với là số tự nhiên khác không.

**Lời giải.**

a) 



= 

= 

b) 





**Bài 2**:Tính tổng**: **

**Lời giải**











*Ta chú ý tới đáp số , trong đó là số hạng cuối cùng của A và  là số tự nhiên kề sau của , tạo thành tích ba số tự nhiên liên tiếp.*

**Bài 3: Tính tổng của dãy số: **

**Lời giải**











Vậy 

**Bài 4:** Tính tổng:****

**Giải**

****









Trong bài toán này, ta có thể không nhân A với một số mà tách ngay một thừa số trong mỗi số hạng làm xuất hiện các dãy số mà ta đã biết cách tính hoặc dễ dàng tính được.

*Cách 2:*





**

*Cách 3:*





****

**Bài 5**: Tính tổng: 

Ta có: 







Đặt 







Đặt

Do đó 

**Bài 6**: Tính tổng: 

**Lời giải**









Đặt  và 

Tính rồi thay vào E

**Bài 7**: Tính tổng:

a) 

b) 

**Lời giải***:*











Vậy 

b) 









**Bài 8:** Tính tổng N=1.99+2.98+3.97+…+97.3+98.2+99.1

**Lời giải**:

N=1.99+2.(99-1)+3.(99-2)+…+98.(99-97)+99.(99-98)

N=(1.99+2.99+3.99+…+98.99+99.99)-(1.2+2.3+…+97.98+98.99)





**Bài 9:** Tính tổng 

**Lời giải**:















**Bài 10**: Tính tổng tự nhiên

a, ( 10 chữ số 9)

b,  (10 số 1)

**Lời giải**

a) Ta có: ( 10 chữ số 9)





 ( 9 số 1)

b) (10 số 1)

Ta có: ( 10 chữ số 9)





 ( 9 chữ số 1)



**Bài 11**: Tính tổng tự nhiên

a) (10 chữ số 4)

b)(10 chữ số 2)

**Lời giải**

a, Ta có:  ( 10 chữ số 1)

 ( 10 số 9)





 ( 9 chữ số 4)



b, Ta có :(10 chữ số 2)

 (10 chữ số 1)

 (10 chữ số 9)





 ( 9 chữ số 2)



# ĐS7.II DÃY CÁC PHÂN SỐ.

**PHẦN I.TÓM TẮT LÍ THUYẾT.**

Với , ta có:

* 
* 

Với , ta có:

* 
* 
* 
* 

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI.**

**Dạng 1. Dãy các phân số mà mẫu số sau gấp mẫu số trước 1 số không đổi**

**I.Phương pháp giải.**

Để thu gọn tổng *A* gồm các phân số mà mẫu số sau gấp mẫu số trước 1 số *m* không đổi, ta sẽ lấy

 hoặc .

**II.Bài toán.**

**Bài 1.** Tính tổng : .

**Lời giải**

Ta có: 





**Bài 2.** Tính tổng: 

**Lời giải**

Ta có: 





**Bài 3.** Thu gọn các tổng sau:

a, D=  b, E= 

**Lời giải**

a, Ta có: 







b, Ta có: 





**Bài 4.** Tính tổng: .

**Lời giải**

a, Ta có : 





**Bài 5.** Tính tổng .

**Lời giải**

Ta có: 

Đặt 





**Bài 6.**Cho biểu thức: 

Tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

**Ta có: **









**Vậy**

**Bài 7.** Tính tổng 

**Lời giải**

Ta có : 



(1)

Đặt 



Thay  vào (1) ta được:



**Bài 8.** Tính

a,  b, 

**Lời giải**

a, Ta có: 

Đặt . Dễ dàng tính được  Thay vào tổng T ta được:



b, Ta có : 



.

**Bài 9.** Thu gọn tổng sau: 

**Lời giải**

Ta có: 





Đặt . Tính A rồi thay vào F.

**Dạng 2. Dãy các phân số có quy luật triệt tiêu nhau**

**I.Phương pháp giải.**

+ Bước 1: nhận dạng

Để có thể tính đúng và chính xác dãy phân số có quy luật triệt tiêu nhau, ta cần nhận dạng được dãy phân số đó với các đặc điểm sau:

* Mẫu số đưa được về thành tích của 2 hoặc 3 số ở đó số lớn nhất của mẫu trước trùng với số nhỏ nhất của mẫu sau.
* Tử số có giá trị đúng bằng tổng hoặc hiệu của số lớn nhất và số nhỏ nhất ở dưới mẫu.

Nếu thấy dãy phân số đã cho chưa thỏa mãn 2 điều kiện trên thì tùy bài toán ta cần nhân thêm hoặc chia bớt để tạo ra được dãy số có quy luật như vậy.

+ Bước 2: áp dụng công thức hoặc (với ).

+ Bước 3: tính toán.

**II.Bài toán.**

**Bài 1.** Tính nhanh tổng sau:

a,  b, 

**Lời giải**

a, Ta có : .

b, Ta có : .

**Bài 2.** Tính nhanh tổng sau:

a, D=  b, K= 

**Lời giải**

a, Ta có : 



.

b, Ta có:





.

**Bài 3.** Không quy đồng mẫu số các phân số, hãy tính : 

**Lời giải**

Ta có : 





.

**Bài 4.** Thực hiện phép tính: 

**Lời giải**

Ta có : 

=

.

**Bài 5.** Tính nhanh tổng sau: P= 

**Lời giải**

Ta có :



.

**Bài 6.** Tính tổng sau: 

**Lời giải**







**Bài 7.** Tính giá trị của biểu thức:



**Lời giải**

Xét 





Xét 



.

Khi đó : .

**Bài 8.** Tính nhanh: 

**Lời giải**

Ta có : 





.

**Bài 9.** Tính nhanh tổng sau:

a,  b, 

**Lời giải**

a, Ta có : 



b, Ta có : 





**Bài 10.**Tính tổng

a,  b, 

**Lời giải**

a, Ta có : 



b, Ta có : 





**Bài 11.** Tính nhanh tổng sau: 

**Lời giải**

Ta có : 









**Bài 12.** Tính nhanh tổng sau

a,  b, .

**Lời giải**

a, Ta có : 







b, Ta có : 







**Bài 13.** Tính : và 

**Lời giải**

Ta có :





Khi đó : .

**Bài 14.** Tính tỉ số  biết :

 và 

**Lời giải**













Khi đó : .

**Dạng 3. SO SÁNH:**

**I. Phương pháp giải.** Bản chất của bài toán là thu gọn tổng S, kết hợp đánh giá phân số trong một số trường hợp.

**II.Bài toán.**

**Bài 1.** Cho biểu thức 

Chứng tỏ 

**Lời giải**

Xét 



hay

**Bài 2.** Cho biểu thức: 

Chứng tỏ rằng A < 1.

**Lời giải**









Vậy A < 1

**Bài 3.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a, 

Vậy A > B

b, 

Vậy A > B

**Bài 4.**So sánh:

a,  và 1 b,  và 

**Lời giải**

a, 

b,  và 

Mà: 

**Bài 5.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a,  và  A < B

b, ,

Tương tự ta có: Tử số của  là



 bằng với mẫu số của B nên B=1.

Vậy A = B

**Bài 6.**So sánh  và 

**Lời giải**

Ta có:  và 

**Bài 7.**So sánh:  và 

**Lời giải**

Ta có: A có 

Và 



**Bài 8.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a, Ta có : 

b, Ta có :





Mà: 

**Bài 9.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a, Ta có : 

, mà: 

b, Ta có : 

**Bài 10.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a, Rút gọn M ta có: 



Vậy: A = B

b,  và 

Vậy A<B

**Bài 11.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a, Ta có : 

, mà: 

b, Ta có : >2+3



Nhận thấy 

**Bài 12.**So sánh:

a,  và  (n > 0) b,  và (n>1)

**Lời giải**

a, Ta có : 

b, Ta có : 

Và 

Mà: 

Bài 13.So sánh:

a,  và  b,  và 

HD:

a,  và 

Mà: 

b,  và , mà: 

**Bài 14.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a, 

b, 

**Bài 15.**So sánh:

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a, , và 

Mà: 

b, , 

Mà: 

**Bài 16.**So sánh :

a,  và  b,  và 

**Lời giải**

a,  

b, 

Tương tự : 

**Bài 17.**So sánh :  và 

**Lời giải**











>

**Bài 18.**So sánh tổng  với 

**Lời giải**

 và  nên 

**Bài 19.**

So sánh: 

**Lời giải**



, Mà: 

**Bài 20.**So sánh  với B = 4

**Lời giải**



# ĐS7.III.TUYỂN CHỌN CÁC BÀI TOÁN HAY VỀ DÃY SỐ VÀ DÃY PHÂN SỐ TỪ CÁC ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI.

**Bài 1.ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 7-PHÒNG GD -ĐT THÁI THỤY- NĂM HỌC 2020 - 2021**

Cho ****

a.Tính  .

b. Chứng minh**** không là số nguyên.

**Lời giải**

a.****

****

****

**b.** Ta có 

Nên 

Suy ra  (tử nhỏ hơn mẫu), mà  (do tử và mẫu đều dương). Nên

Vậy A không thể là số nguyên.

**Bài 2.ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 7 HUYỆN THANH TRÌ - NĂM HỌC 2020 - 2021**

Cho . So sánh  và 

**Lời giải**

 











Vậy 

**Bài 3. KỲ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO - PHÒNG GD - ĐT HÀ TRUNG - NĂM HỌC 2020 - 2021**

Thực hiện phép tính:

.

**Lời giải**

.



**Bài 4. KỲ THI CHỌN LỚP CHẤT LƯỢNG CAO - PHÒNG GD - ĐT HÀ TRUNG - NĂM HỌC 2020 – 2021**

Cho . Chứng minh .

**Lời giải**

Ta có 



Vậy .

**Bài 5. ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI PHÒNG GD -ĐT QUẬN HÀ ĐÔNG - NĂM HỌC: 2017-2018**

Tìm x biết:



**Lời giải**

Tính được :  vì 

****

****

****

****

Kết luận: Vậy hoặc

**Bài 6. KỲ THI KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI - PHÒNG GD - ĐT HUYỆN Ý YÊN - NĂM HỌC: 2014-2015**

Thực hiện phép tính

****

**Lời giải**

****

****

****

****

****

****

**Bài 7. ĐỀ THI OLIMPIC LỚP 7 - PHÒNG GD&ĐT THANH OAI - Năm học: 2016-2017**

Cho 2016 số nguyên dương  thỏa mãn:

.

Chứng tỏ rằng tồn tại ít nhất hai số trong 2016 số đã cho bằng nhau.

**Lời giải**

Giả sử: 





 (điều này vô lý)

Vậy tồn tại ít nhất hai số trong 2016 số đã cho bằng nhau.

**Bài 8. ĐỀ HSG TOÁN 7 - PHÒNG GD VÀ ĐT TIỀN HẢI - NĂM 2020-2021**

Tính 

**Lời giải**









**Bài 9. ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC: 2020 – 2021- PHÒNG GD&ĐT HUYỆN CHƯƠNG MỸ**

Cho biểu thức: . Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

Ta có: 





…



Do đó 

Mà 







Suy ra 

Vậy 

**Bài 10.**

Cho . Chứng minh rằng 

**Lời giải**







Ta thấy 

Và 

Vậy 