# Chương II. VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

## Bài 6. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

*Thời gian thực hiện: 6 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được vectơ trong không gian: hai vectơ cùng phương, hai vectơ cùng hướng/ngược hướng, hai vectơ bằng nhau.

- Nhận biết và thực hiện được các phép toán vectơ trong không gian.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học (thông qua việc sử dụng các kiến thức về vectơ trong không gian để trả lời các câu hỏi trong phần Vận dụng).

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có),…

+ GV chuẩn bị thông tin về một số hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học.

#### - Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 06 tiết:

+ Tiết 1: Mục 1.

+ Tiết 2, 3: Mục 2 và một số bài tập.

+ Tiết 4: Mục 3.

+ Tiết 5, 6: Mục 4 và một số bài tập.

##### Tiết 1. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC***Mục tiêu:*** HS quan sát hình ảnh vectơ trong không gian và liên hệ với vectơ trong mặt phẳng, từ đó nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về vectơ trong không gian và các khái niệm liên quan.***Nội dung:*** HS đọc tình huống mở đầu.***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Tình huống mở đầu (3 phút)***-* GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán.*- Đặt vấn đề:* Đối với các đại lượng có hướng trong không gian, ta có thể sử dụng vectơ để biểu diễn chúng hay không? Các phép toán vectơ trong trường hợp này giống và khác như thế nào với các phép toán vectơ trong mặt phẳng? Ta sẽ đi tìm hiểu bài học ngày hôm nay. | HS quan sát và suy nghĩ về tình huống. | + Mục đích của phần này là để HS thấy được tình huống có liên quan tới các vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS nhận biết các vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, từ đó hình thành khái niệm vectơ trong không gian.***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **1. Vectơ trong không gian****HĐ1 (7 phút)**- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1, chọn một HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Từ HĐ1, HS rút ra mối liên hệ giữa vectơ trong không gian và vectơ trong mặt phẳng, từ đó rút ra khái niệm về vectơ trong không gian và độ dài của nó.- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.- HS thực hiện câu hỏi trong SGK, tìm thêm một số ví dụ về các đại lượng có thể được biểu diễn bởi vectơ trong không gian.- GV cho HS nhắc lại các kí hiệu và khái niệm liên quan đến vectơ trong mặt phẳng, từ đó rút ra kí hiệu và khái niệm liên quan đến vectơ trong không gian như trong mục Chú ý. | *HD.*a) Các đoạn thẳng có mũi tên màu đỏ thể hiện rằng lực căng dây nằm dọc theo dây treo và hướng về phía móc treo của cần cẩu. Độ lớn của các lực căng dây là xấp xỉ bằng nhau.b) Các đoạn thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.- Các đại lượng có thể được biểu diễn bằng vectơ và quen thuộc như vận tốc và lực,…- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ1, HS sẽ hình thành được khái niệm vectơ trong không gian. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 1 (5 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức. | HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS nhận biết được vectơ trong không gian, xác định được vectơ nào có giá nằm trong một mặt phẳng cho trước, tính được độ dài của vectơ cho trước trong một tình huống cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 1 (4 phút)**- GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.- GV nhận xét và chốt kiến thức. | HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài.a), ; b) , . | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập xác định được vectơ nào có giá nằm trong một mặt phẳng cho trước, tính được độ dài của vectơ cho trước trong một tình huống cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HĐ2 (5 phút)**- GV cho HS nhắc lại khái niệm hai vectơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng, hai vectơ bằng nhau trong mặt phẳng.+ Trong mặt phẳng, hai vectơ có giá song song thì cùng phương. Nếu trong không gian hai vectơ có giá song song thì có thể kết luận gì về phương và hướng của chúng?+ Hai vectơ bằng nhau trong không gian có thể được định nghĩa theo cách tương tự không?- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ2, chọn một HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.*-* Sau khi HS trả lời được hai câu hỏi trong HĐ2, GV nói rằng trong trường hợp đó ta nói hai vectơ  và  là bằng nhau (trong không gian) và dẫn tới khung kiến thức tiếp theo.- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | - HS trả lời câu hỏi:+ Trong mặt phẳng, hai vectơ cùng phương là hai vectơ có giá song song hoặc trùng nhau.+ Hai vectơ bằng nhau là hai vectơ cùng hướng và cùng độ dài.**HĐ2.** a) Hai vectơ có độ dài bằng nhau.b) Hai vectơ có giá song song với nhau.c) Hai vectơ cùng phương, cùng hướng.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ2, HS HS nhận biết được quan hệ cùng phương, quan hệ cùng hướng, ngược hướng và quan hệ bằng nhau của hai vectơ trong không gian. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Câu hỏi (2 phút)**GV cho HS đọc câu hỏi và suy nghĩ, sau đó gọi 1 bạn đại diện đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. | Hai vectơ cùng bằng một vectơ thứ ba thì chúng bằng nhau vì chúng có cùng hướng và cùng độ dài. | HS nhận biết được hai vectơ cùng bằng vectơ thứ ba thì bằng nhau. |
| **Chú ý (3 phút)**- GV giới thiệu cho HS các tính chất và quy ước đối với vectơ trong không gian như mục Chú ý, với mỗi Chú ý, GV có thể đặt câu hỏi tương ứng để HS rút ra được kết luận.+ Trong không gian, với mỗi điểm O và vectơ  cho trước, có bao nhiêu điểm M sao cho ?+ HS nhắc lại khái niệm vectơ – không trong mặt phẳng, độ dài, hướng của nó, từ đó rút ra quy ước với vectơ – không trong không gian. | - HS trả lời các câu hỏi:+ Ta chỉ tìm được duy nhất một điểm M thoả mãn.+ Vectơ-không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trung nhau, ví dụ  Vectơ-không có độ dài bằng 0 và cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | HS thừa nhận một tính chất về hai vectơ bằng nhau trong không gian và các quy ước về vectơ-không. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng xác định vectơ bằng vectơ cho trước.***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 2 và Luyện tập 2. ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS bài luyện tập.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 2 (5 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý. | HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS xác định được vectơ bằng vectơ cho trước, xác định được điểm *M* để vectơ  bằng một vectơ cho trước trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 2 (4 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý. | - HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. a) b) Điểm *N* thuộc cạnh *BC* sao cho *BN* = *AM*. | + Mục đích của phần này là để HS xác định được vectơ bằng vectơ cho trước, xác định được điểm *M* để vectơ  bằng một vectơ cho trước trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG***Mục tiêu:*** HS nhận biết được hai vectơ bằng nhau trong một số tình huống thực tiễn.***Nội dung:*** HS thực hiện Vận dụng 1. ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS bài luyện tập.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động theo nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Vận dụng 1 (5 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý. | - Nếu biểu thị vị trí của thang máy ở các tầng 15, 22, 29 lần lượt bởi các điểm *A*, *B*, *C* thì vectơ biểu thị độ dịch chuyển của thang máy trong hai lần di chuyển là  và  Vì *A*, *B*, *C* thẳng hàng theo thứ tự đó nên  và  cùng hướng. Hơn nữa  và  đều có độ dài bằng tổng chiều cao của 7 tầng nên  Vậy - HS thực hiện Vận dụng 1 và ghi bài. | + HS nhận biết được hai vectơ bằng nhau trong một tình huống thực tiễn.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm vectơ trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài 2.1, 2.2, 2.3.- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. |

##### Tiết 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
|  HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS hình thành được khái niệm tổng của hai vectơ trong không gian, thiết lập được quy tắc hình hộp.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ3, HĐ4 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Khái niệm tổng của hai vectơ, quy tắc hình hộp.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **2. Tổng và hiệu của hai vectơ trong không gian****a) Tổng của hai vectơ trong không gian (7 phút)**- Trước khi bắt đầu, GV có thể yêu cầu HS nhắc lại tính chất của hình bình hành. Nếu ABCD là hình bình hành thì ta có những cặp vectơ nào bằng nhau?**HĐ3** - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 2 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.- Từ HĐ3, GV giới thiệu cho HS tổng của hai vectơ trong không gian và trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.- GV có thể đặt câu hỏi cho HS liệu tổng của hai vectơ trong không gian có gì khác so với tổng của hai vectơ trong mặt phẳng, quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành có còn đúng hay không? Từ đó rút ra nhận xét. | - Ta có , - HĐ3:a) Vì  (cùng bằng ) nên bốn điểm *A*, *B*, *A'*, *B'* đồng phẳng và tứ giác *ABB'A'* là hình bình hành. Suy ra Tương tự ta có b) Từ câu a, suy ra  do đó bốn điểm *A*, *C*, *A'*, *C'* đồng phẳng và tứ giác *ACC'A'* là hình bình hành. Vì vậy - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.- Quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng vẫn đúng với trong không gian. | + HS nhận biết khái niệm tổng của hai vectơ và quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng vẫn đúng trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 3 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS xác định được tổng của hai vectơ trong không gian và tính được chiều dài của vectơ tổng.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 3 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập xác định tổng của hai vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Chú ý (4 phút)**- GV có thể đặt câu hỏi để HS nhắc lại các tính chất của phép cộng vectơ trong mặt phẳng.- Tương tự như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, phép cộng vectơ trong không gian cũng có các tính chất tương tự. GV giới thiệu các tính chất cho HS. | - HS nhắc lại lần lượt các tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với vectơ .- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | HS nắm được một số tính chất của phép cộng vectơ trong không gian. |
| **Ví dụ 4 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 3 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS sử dụng được quy tắc ba điểm và các tính chất của phép cộng vectơ trong không gian để chứng minh một đẳng thức vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 4 (4 phút)**GV cho HS thực hiện theo bàn trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài.  | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập sử dụng quy tắc ba điểm và các tính chất của phép cộng vectơ trong không gian để chứng minh một đẳng thức vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HĐ4 (7 phút)**- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.- Từ HĐ4, GV giới thiệu cho HS quy tắc hình hộp và trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. GV nhấn mạnh sự tương đồng giữa quy tắc hình bình hành mà HS đã biết với quy tắc hình hộp.- GV đặt câu hỏi trong SGK cho HS, có thể đổi đỉnh *B* thành một đỉnh tuỳ ý và gọi HS trả lời. | a) Trong hình bình hành *ABCD* ta có b) Từ câu a suy ra  Vì *ABCD.A'B'C'D'* là hình hộp nên *AA'* // *CC'* và *AA'* = *CC'*, suy ra tứ giác *ACC'A'* là hình bình hành. Do đó  suy ra - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.- HS trả lời câu hỏi: | + HS nhận biết và giải thích được quy tắc hình hộp.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng áp dụng quy tắc hình hộp.***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 5 và Luyện tập 5.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 5 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ 5. | + Mục đích của hoạt động này là giúp HS áp dụng được quy tắc hình hộp để chứng minh các đẳng thức về vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Luyện tập 5 (5 phút)**GV chia lớp thành 4 nhóm, cho HS thực hiện theo nhóm trong 3 phút, sau đó gọi đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 5. | + Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập áp dụng quy tắc hình hộp để chứng minh các đẳng thức về vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tổng của hai vectơ trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập 2.4a: Bài tập về phép cộng hai vectơ. |

##### Tiết 3. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Nhận biết được hai vectơ đối nhau trong không gian, hiệu của hai vectơ và các tính chất của phép trừ hai vectơ.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ5 và Ví dụ 6.***Sản phẩm:*** Kiến thức về phép trừ hai vectơ.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **2. Tổng và hiệu của hai vectơ trong không gian****b) Hiệu của hai vectơ trong không gian****HĐ5 (8 phút)****-** Trước khi triển khai HĐ5, GV có thể giải thích nhanh về hai khái niệm lực tác dụng và phản lực được giới thiệu trong chương trình Vật lí lớp 10 và mối quan hệ giữa hai lực đó (Định luật III Newton).- GV cho HS đọc và trả lời câu hỏi của HĐ5 trong 1 phút, sau đó gọi đại diện một HS trả lời, các HS khác nhận xét và theo dõi.- Từ câu trả lời của HS ở HĐ5, GV giới thiệu hai vectơ biểu diễn hai lực này được gọi là hai vectơ đối nhau.- GV tổng kết và trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.- GV có thể đặt câu hỏi:+ *Định nghĩa về vectơ đối của một vectơ trong không gian có khác gì so với định nghĩa về vectơ đối của một vectơ trong mặt phẳng hay không?**+ Nếu hai định nghĩa không khác gì nhau, thì các tính chất của tính chất của vectơ đối trong mặt phẳng thì ta có được sử dụng trong không gian hay không? Kể tên các tính chất.*- Từ đó, GV rút ra nội dung phần Chú ý trong sách giáo khoa.- Khi đó định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian giống với định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong mặt phẳng. GV có thể yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong mặt phẳng và dẫn dắt HS đến định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian. | **HĐ5.**Vì hai lực cùng phương, ngược hướng và có độ lớn bằng nhau nên hai vectơ biểu diễn hai lực đó cùng phương, ngược hướng và có độ lớn bằng nhau.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.- HS trả lời câu hỏi:+ Định nghĩa về vectơ đối của một vectơ trong không gian hoàn toàn giống với định nghĩa về vectơ đối của một vectơ trong mặt phẳng.+ Các tính chất của vectơ đối trong mặt phẳng ta có thể sử dụng trong không gian.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Mục đích của phần này là để HS nhận biết vectơ đối của một vectơ trong không gian và định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 6 (6 phút)**GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút, sau đó gọi một HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài. | + Mục đích của HĐ5 là giúp HS giải thích được vì sao hai vectơ cho trước là đối nhau và thực hiện được phép trừ vectơ trong một tình huống cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng xác định vectơ đối của một vectơ và thực hiện được phép trừ hai vectơ.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 6.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Luyện tập 6 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện ba HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 6.a) Hai vectơ  và  cùng phương, ngược hướng và có cùng độ dài nên là hai vectơ đối nhau.b)   | + Mục đích của HĐ5 là giúp HS giải thích được vì sao hai vectơ cho trước là đối nhau và thực hiện được phép trừ vectơ trong một tình huống cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG***Mục tiêu:*** HS nhận biết được hai vectơ đối nhau trong thực tiễn.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 2.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Vận dụng 2 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân, yêu cầu HS nhận xét về mối liên hệ giữa phương, hướng và độ lớn của hai vectơ vận tốc, từ đó rút ra kết luận. Sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. | - Quan sát thấy hai vectơ vận tốc cùng phương (vì làn lên và làn xuống “song song”) và ngược hướng (một làn đi lên và một làn đi xuống). Thông thường thì làn lên và làn xuống có cùng tốc độ di chuyển nên độ lớn của hai vectơ vận tốc bằng nhau. Vì vậy hai vectơ vận tốc là hai vectơ đối nhau. | + Mục đích của Vận dụng 2 là giúp HS nhận biết được hai vectơ đối nhau trong các trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài 2.4 (12 phút)**GV yêu cầu ba HS lên bảng trình bày, gợi ý HS sử dụng linh hoạt các tính chất của phép cộng/trừ vectơ và quy tắc hình hộp. Các HS khác thực hiện vào vở, theo dõi bài của bạn và nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án. | HS thực hiện bài 2.4 và ghi bài. | + Mục đích của bài 2.4 là để HS thực hiện được các phép toán cộng, trừ hai vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài 2.6 (7 phút)**GV yêu cầu một HS lên bảng trình bày. Các HS khác làm bài vào vở, theo dõi bài của bạn và nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án. | HS thực hiện bài 2.6 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng thực hiện phép toán cộng, trừ hai vectơ, từ đó chứng minh được một tính chất của hình bình hành.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Hiệu của hai vectơ trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập về phép cộng, trừ hai vectơ: Bài tập 2.4b, 2.5, 2.6.- Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho bài tiết sau. |

##### Tiết 4. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS hình thành được khái niệm tích của một số với một vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ6 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong các HĐ và ví dụ.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **3. Tích của một số với một vectơ trong không gian****HĐ6 (8 phút)**- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.- Sau khi kết thúc HĐ6, GV nhấn mạnh rằng vectơ  được gọi là tích của số thực  với vectơ . Định nghĩa trong trường hợp tổng quát sẽ được trình bày trong khung kiến thức tiếp theo.- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | **HĐ6.**Vì *MN* là đường trung bình của tam giác *ABC* nên *MN*//*BC* và  Tứ giác  là hình bình hành nên *BC*//*B'C'*  và  Suy ra *MN*//*B'C'* và  Do đó  và  cùng phương và cùng hướng, đồng thời - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ6, HS hình thành được khái niệm tích của một số với một vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Câu hỏi (2 phút)**- GV gọi một HS trả lời phần câu hỏi, các HS khác theo dõi và nhận xét, GV nhận xét và tổng kết.GV nhấn mạnh HS cần so sánh phương, hướng và độ dài của  và ,  và  để kết luận. | HS trả lời câu hỏi., . | HS nhận biết được tích của  với một vectơ trong không gian. |
| **Chú ý (4 phút)**GV lần lượt đặt từng câu hỏi tương ứng với các chú ý trong SGK, từ đó rút ra phần Chú ý, GV nhấn mạnh cho HS là các quy ước và tính chất này giống như trong trường hợp phép nhân một số với một vectơ trong mặt phẳng. | HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | HS nhận biết các quy ước về phép nhân số 0 với một vectơ và phép nhân một số với vectơ-không; điều kiện để hai vectơ trong không gian cùng phương. |
| **Ví dụ 7 (5 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 7 trong 4 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.- GV gợi ý cho HS: để chứng minh được đẳng thức vectơ, ta cần tìm mối quan hệ về phương, hướng và độ dài của hai vectơ  và .- GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài. | + HS giải thích được vì sao một vectơ bằng tích của một số với một vectơ khác.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.+ Mục đích của hoạt động là giúp HS luyện tập sử dụng chứng minh đẳng thức liên quan đến tích của một số với một vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 7 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Luyện tập 7 và ghi bài.Áp dụng định lí Thalès trong tam giác *SAB* ta có *EF*//*AB* và . Vì tứ giác *ABCD* là hình bình hành nên *AB*//*CD* và  Do đó *EF*//*DC* và  Hai vectơ  và  cùng hướng nên  |
| **Chú ý (4 phút)**- GV yêu cầu HS nhắc lại các tính chất của tích của một số với một vectơ trong mặt phẳng có những tính chất gì.- Tương tự các tính chất của tích của một số với một vectơ trong mặt phẳng, tích của một số với một vectơ trong không gian cũng có những tính chất tương tự.- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | - HS nhắc lại các tính chất của tích của một số với một vectơ trong mặt phẳng: tính chất kết hợp, phân phối, nhân với 1 và −1.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua Chú ý, HS nhận biết được các tính chất của một số với một vectơ trong mặt phẳng.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Ví dụ 8 (4 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 8, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.**-** Từ VD8, HS rút ra được phần Chú ý. | HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài. | + Qua ví dụ 8, HS sử dụng được các tính chất của phép nhân một số với một vectơ trong không gian để chứng minh một đẳng thức về vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng sử dụng các tính chất của phép nhân một số với một vectơ.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 8.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Luyện tập 8 (4 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân, sau đó gọi đại diện một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án. | HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 8. | + Qua Luyện tập 8, HS sử dụng được các tính chất của phép nhân một số với một vectơ trong không gian để chứng minh một đẳng thức về vectơ, từ đó dẫn tới khái niệm trọng tâm của tứ diện theo ngôn ngữ vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG***Mục tiêu:*** HS vận dụng được tính chất của phép nhân một số với một vectơ trong không gian trong một số tình huống thức tiễn.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 3.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Vận dụng 3 (7 phút)**- GV chia lớp thành 4 nhóm, cho HS thảo luận nhóm, sau đó gọi đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.- GV có thể gợi ý cho HS để giải thích được vì sao  ta cần xác định mối liên hệ về phương, hướng và độ lớn của hai vectơ ,  để tìm ra câu trả lời | - HS thực hiện Vận dụng 3 và ghi bài.Lực cản ngược hướng với lực đẩy của động cơ (lực này có hướng không đổi vì máy bay giữ nguyên hướng bay) nên  và  cùng hướng, suy ra  với *k* là tỉ số độ dài của hai vectơ   Nói cách khác, *k* là tỉ số độ lớn của hai lực cản tương ứng nên từ giả thiết tính được  | + Qua Vận dụng 3, HS vận dụng được tính chất của phép nhân một số với một vectơ trong không gian trong một tình huống thực tiễn.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.  |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tích của vectơ với một số trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập về phép nhân một số với một vectơ: Bài tập 2.7, 2.8. |

##### Tiết 5: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS hình thành khái niệm góc giữa hai vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ7 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.***Tổ chức thực hiện:*** Hoạt động cá nhân, nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **4. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian****a) Góc giữa hai vectơ trong không gian****HĐ7 (9 phút)**- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.- Sau khi kết thúc HĐ7, GV rút ra khái niệm về góc của hai vectơ trong không gian.- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | *HD.*a) Ta có  và  nên b) Ta có  và Vì *OA* = *OB*, *O'A'* = *O'B'* và  nên  suy ra - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ7, HS hình thành khái niệm góc giữa hai vectơ (khác vectơ-không) trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Chú ý (5 phút)**- GV cho HS nhắc lại cách xác định góc giữa hai vectơ trong mặt phẳng, từ đó suy ra cách xác định góc giữa hai vectơ trong không gian. Sau đó rút ra nội dung phần Chú ý.*- Trong Chú ý đầu tiên, GV cần lưu ý rằng ý tưởng để xác định góc giữa hai vectơ trong không gian (cũng như trong mặt phẳng) là “dịch chuyển” hai vectơ đến vị trí mới sao cho chúng có chung điểm đầu, từ đó xác định góc được tạo thành. Đơn giản hơn, ta có thể giữ cố định một vectơ và chỉ “dịch chuyển” vectơ còn lại. Đây cũng là cách thường được sử dụng để xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.**– Chú ý thứ hai là quy ước về góc giữa vectơ-không và một vectơ bất kì.* | - Để xác định góc giữa hai vectơ trong mặt phẳng, ta đưa 2 vectơ đó về chung điểm đầu. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Qua phần Chú ý, HS nhận biết được cách để xác định góc giữa hai vectơ trong không gian và quy ước về góc giữa hai vectơ trong trường hợp có một vectơ là .+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Câu hỏi (2 phút)**- HS suy nghĩ và trả lời câu hỏi. GV gọi đại diện một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. | Góc giữa hai vectơ cùng hướng (khác ) là 0o, góc giữa hai vectơ ngược hướng là 180o. | HS xác định được góc giữa hai vectơ trong hai trường hợp đặc biệt. |
| **Ví dụ 9 (7 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 9 trong 2 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 9 và ghi bài. | + Qua VD9, HS xác định được góc giữa hai vectơ trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố cho HS cách xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện Luyện tập 9.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Luyện tập 9 (8 phút)**GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Luyện tập 9 và ghi bài. | + Qua Luyện tập 9, HS xác định được góc giữa hai vectơ trong các trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC***Mục tiêu:*** HS hình thành được khái niệm tích vô hướng của hia vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ8 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong các HĐ và ví dụ.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **4. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian****b) Tích vô hướng của hai vectơ trong gian****HĐ8 (6 phút)**- GV gọi một HS nhắc lại công thức xác định tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng. - Từ đó dẫn tới định nghĩa về tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.- GV nhấn mạnh sự tương đồng giữa định nghĩa này và định nghĩa của tích vô hướng trong mặt phẳng mà HS đã học ở lớp 10, và chú ý rằng nếu hai vectơ trong không gian cùng nằm trong một mặt phẳng thì từ công thức tính tích vô hướng của hai vectơ trong không gian, ta nhận lại được công thức tính tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng. | - HS nhắc lại cách xác định góc giữa hai vectơ.- HS nhắc lại công thức tính tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ8, HS hình thành được khái niệm tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Chú ý (5 phút)**GV đặt câu hỏi tương ứng với các chú ý để HS có thể rút ra được chú ý. | HS trả lời câu hỏi. | HS nhận biết được một số tính chất và quy ước về tích vô hướng. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)** - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.- Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.-Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. |

##### Tiết 6. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Rèn luyện cho HS cách tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ8 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong các HĐ và ví dụ.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ôn tập (2 phút)****Nhắc lại bài cũ:** GV yêu cầu HS nhắc lại cách tính góc giữa hai vectơ và công thứ tính tích vô hướng của vectơ trong không gian. | HS nhắc lại cách xác định góc và công thức tính tích vô hướng của hai vectơ. | Giúp HS nhớ lại cách tính góc giữa hai vectơ và công thứ tính tích vô hướng của vectơ trong không gian. |
| **Ví dụ 10 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 10 trong 4 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án, nhấn mạnh rằng để tính tích vô hướng của hai vectơ trong không gian cần xác định độ dài của mỗi vectơ và số đo của góc giữa hai vectơ đó. | HS thực hiện Ví dụ 10 và ghi bài. | + Qua ví dụ 10, HS tính được tích vô hướng của hai vectơ trong không gian trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 10 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Luyện tập 10 và ghi bài.a) ; b) . | + Qua Luyện tập 10, HS luyện tập tính tích vô hướng của hai vectơ trong không gian trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Nhận xét (4 phút)**- GV yêu cầu HS nhắc lại các tính chất của tích của tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng.- Tương tự các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng, tích vô hướng của hai vectơ trong không gian cũng có những tính chất tương tự.- GV trình chiếu cho HS các tính chất. | - HS nhắc lại các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua Nhận xét, HS nhận biết được một số tính chất thừa nhận của tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng tính tích có hướng của hai vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Ví dụ 11 và Luyện tập 11.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 11 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 11 trong 4 phút, sau đó gọi HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 11 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là giúp HS tính được tích vô hướng của hai vectơ trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 11 (5 phút)**- GV chia lớp thành 4 nhóm, hoạt động theo nhóm thực hiện Luyện tập 11, sau đó đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.Chú ý. HS có thể lập luận rằng hai đường thẳng *A'C'* và *C'C* đều vuông góc với đường thẳng B'D' nên suy ra (*ACC'*) vuông góc với *B'D'*, từ đó kết luận *A'C* vuông góc với *B'D'*. Trong trường hợp này GV nhấn mạnh rằng tính chất (thừa nhận) về đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nói trên, về bản chất, là được chứng minh bằng cách sử dụng các tính chất của vectơ trong không gian.  | - HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 11.*HD.*vì hai đường thẳng *A'C'* và *C'C* đều vuông góc với đường thẳng *B'D'*. | + Mục đích của phần này là giúp HS luyện tập tính tích vô hướng của hai vectơ trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG***Mục tiêu:*** HS vận dụng được tích vô hướng của hai vectơ trong không gian trong một số tình huống thực tiễn.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 4.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Vận dụng 4 (7 phút)**- GV chia lớp thành 4 nhóm, hoạt động theo nhóm thực hiện Luyện tập 11, sau đó đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.- GV gợi ý HS viết tường minh công thức tính công A theo độ lớn của lực tác động, độ dài của quãng đường di chuyển và góc tạo bởi lực tác động và phương di chuyển. | - HS thực hiện Vận dụng 4 và ghi bài.*HD.* Vì  và  không đổi nên *A* lớn nhất khi  tức là góc giữa lực tác động  và hướng di chuyển  bằng 0o. Nói cách khác lực tác động cùng hướng với chuyển động của vật. Do đó khi kéo (hoặc đẩy) các vật nặng, ta nên kéo (hoặc đẩy) theo hướng “song song” với hướng chuyển động mong muốn của vật. | + Qua Vận dụng 4, HS vận dụng được tích vô hướng của hai vectơ trong không gian trong một tình huống thực tiễn.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.10 (5 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện ba HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.- GV yêu cầu HS lần lượt xác định góc giữa hai vectơ, độ dài của mỗi vectơ và từ đó tính tích vô hướng của hai vectơ theo định nghĩa. | HS thực hiện bài 2.10 và ghi bài. | + Qua bài 2.10, HS tính được tích vô hướng của hai vectơ bằng định nghĩa trong một số trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.11 (5 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện ba HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV có thể gợi ý HS sử dụng định nghĩa kết hợp với các tính chất thừa nhận của tích vô hướng để tính giá trị của các biểu thức. | HS thực hiện bài 2.11 và ghi bài. | + Qua bài 2.11, HS áp dụng được tính chất của tích vô hướng để tính giá trị của một số biểu thức cho trước.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập về tích vô hướng: bài 2.12. |

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

**2.1.** Các mệnh đề đúng là a, b.

**2.2.** Vì *BB'* = *AA'* = 4 nên .

Tam giác vuông *ABD* có  nên 

Tam giác vuông *BDD'* có  nên 

**2.3.** (HS xem lại bóng nói ở HĐ5 về mối quan hệ giữa lực và phản lực.)

a) Các vectơ  đều cùng phương với vectơ  nên chúng đôi một cùng phương với nhau. Các vectơ  đều ngược hướng với vectơ  nên chúng đôi một cùng hướng với nhau.

b) Do trọng lực phân tán đều qua các chân bàn nên các phản lực có độ lớn như nhau, suy ra các vectơ  có độ dài bằng nhau. Do đó các vectơ  đôi một bằng nhau.

**2.4.** a) 

b) 

c)  (theo quy tắc hình hộp).

**2.5.** a) 

b) 

c) 

**2.6.** Đẳng thức đã cho tương đương với  hay , tức là  là hình bình hành.

**2.7.** Ta có 

**2.8.** Vì  nên ba điểm *A*, *I*, *G* thẳng hàng và *AI = 3IG*. Gọi *H*, *K* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *A* và *I* trên mặt phẳng (*BCD*). Áp dụng định lí Thalès suy ra  Do đó  (cm). Vậy khoảng cách từ trọng tâm của khối rubik đến mỗi mặt là 2 cm.

**2.9.** Giả sử lực kéo trên mỗi sợi dây được biểu diễn bởi các vectơ  với *O* là đầu chung của ba sợi dây. Khi ba sợi dây cân bằng thì  Vẽ hình bình hành *OADB* thì  suy ra  hay *O* là trung điểm của *CD*. Do đó các điểm *O*, *A*, *B*, *C* cùng thuộc mặt phẳng (*ABCD*), suy ra ba sợi dây cùng nằm trong mặt phẳng đó.

**2.10.** a) 

b) ;

c) .

**2.11.** a) ; b) ; c) .

**2.12.** a) .

b) 



.

## Bài 7. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

*Thời gian thực hiện: 3 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết toạ độ của điểm, của vectơ đối với hệ trục toạ độ.

- Vận dụng toạ độ của vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), giấy A3, bút dạ, phiếu học tập, …

+ GV chuẩn bị thông tin về một số hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học.

#### - Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 03 tiết:

+ Tiết 1: Hệ trục toạ độ trong không gian và Toạ độ của điểm trong không gian.

+ Tiết 2: Toạ độ của vectơ trong không gian.

+ Tiết 3: Vận dụng và một số bài tập cuối bài.

##### Tiết 1. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN TOẠ ĐỘ CỦA ĐIỂM TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
|  HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** HS quan sát hình ảnh thực tế liên hệ đến hệ toạ độ trong không gian, từ đó nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về hệ toạ độ trong không gian.***Nội dung:*** HS đọc tình huống mở đầu.***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Tình huống mở đầu (3 phút)***-* GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán.*- Đặt vấn đề:* GV nhắc lại khái niệm toạ độ của một điểm trong mặt phẳng và nhấn mạnh rằng toạ độ của một điểm cho biết chính xác vị trí của điểm đó đối với các mốc đã lựa chọn. Từ đó GV đặt câu hỏi “Có cách nào tương tự để xác định chính xác vị trí của một điểm trong không gian hay không?” và dẫn tới nội dung của bài học. | HS lắng nghe và suy nghĩ về tình huống. | + Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống có liên quan tới hệ trục toạ độ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.  |
|  HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS nhận biết định nghĩa hệ trục toạ độ trong không gian và một số khái niệm liên quan, khái niệm toạ độ của một điểm trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ1, HĐ2 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **1. Hệ trục toạ độ trong không gian****HĐ1 (6 phút)**- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 2 phút và chọn một HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Từ HĐ1, GV dẫn dắt tới định nghĩa về hệ toạ độ trong không gian và nhấn mạnh rằng hệ toạ độ trong không gian có thể nhận được bằng cách “kết hợp” các hệ toạ độ trong mặt phẳng.- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. GV có thể nhấn mạnh thêm về sự tương đồng giữa hệ trục toạ độ trong không gian và hệ trục toạ độ trong mặt phẳng đã học trước đây. | **HĐ1.**a) Các mặt phẳng toạ độ là (*Oxy*), (*Oyz*) và (*Ozx*).b) Các mặt phẳng toạ độ có vuông góc với nhau. Sử dụng tính chất ‘‘Nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng vuông góc với nhau’’.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.+ Các đại lượng có thể được biểu diễn bằng vectơ và quen thuộc với HS bao gồm vận tốc và lực,…. | + HĐ1 dẫn dắt HS đến định nghĩa về hệ trục toạ độ trong không gian và một số khái niệm liên quan. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Câu hỏi (2 phút)**GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | - HS suy nghĩ và trả lời câu hỏi.Hình ảnh góc căn phòng trong tình huống mở đầu có gợi lên hình ảnh về hệ toạ độ trong không gian. Có thể chọn gốc toạ độ là góc phòng, các trục toạ độ là các đường mép tường. Khi đó các mặt phẳng toạ độ là hai mặt tường và mặt sàn nhà. | Qua phần câu hỏi, HS nhận biết được hình ảnh về hệ toạ độ trong không gian trong thực tiễn. |
| **Ví dụ 1 (4 phút)** **-** GV có thể cho HS nhắc lại các thành phần không thể thiếu của một hệ toạ độ trong không gian.- GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức. | - Các thành phần không thể thiếu của hệ toạ độ đó là các trục toạ độ (đôi một vuông góc tại gốc) và các vectơ đơn vị trên mỗi trục.- HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS nhận biết được hệ toạ độ trong không gian có thể được thiết lập từ các yếu tố của các hình hình học như hình lập phương hay hình hộp chữ nhật.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 1 (4 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | - HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài.*HD.*Có, hệ toạ độ gồm các trục *CB*, *CD*, *CC'* (đôi một vuông góc tại *C*); các vectơ đơn vị lần lượt cùng phương với các vectơ  | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập xác định hệ toạ độ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **2. Toạ độ của điểm, toạ độ của vectơ trong không gian.****HĐ2 (5 phút)**- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ2 trong 2 phút và chọn một HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.*-* Sau khi HS trả lời được hai câu hỏi trong HĐ2, GV nhấn mạnh rằng các hệ số  là duy nhất. Kết quả này trên thực tế là một hệ quả được suy ra từ tính chất của ba vectơ “không đồng phẳng” .- Từ HĐ2, GV giới thiệu cho HS định nghĩa về toạ độ của điểm trong không gian. GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | **HĐ2.**a) Có (áp dụng quy tắc hình hộp).b) Mỗi vectơ  lần lượt cùng phương với các vectơ  - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ2, HS nhận biết được toạ độ của một điểm trong không gian đối với một hệ toạ độ cho trước. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Câu hỏi (2 phút)**GV cho HS đọc câu hỏi và suy nghĩ trong 1 phút, sau đó gọi một bạn đại diện đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.- HS có thể dự đoán được đáp án dựa trên kiến thức đã biết trong mặt phẳng. Tuy nhiên sẽ có trường hợp HS chỉ nêu hai toạ độ thay vì ba. Trong trường hợp đó GV nhắc HS rằng trong không gian, toạ độ của một điểm là một bộ gồm ba số. | *HD.*Vì  nên toạ độ của gốc *O* là  | + HS xác định được toạ độ của một điểm đặc biệt bằng định nghĩa.+ Góp phần phát triển tư duy và lập luận toán học. |
|  HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng xác định vectơ bằng vectơ cho trước.***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 2 và Luyện tập 2. ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS bài luyện tập.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 2 (4 phút)**- GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.- GV nhấn mạnh rằng để xác định toạ độ của điểm M trong không gian ta cần biểu diễn vectơ  qua các vectơ đơn vị. | HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS xác định được toạ độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 2 (4 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý. | - HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. *HD.* Thực hiện tương tự Ví dụ 2, toạ độ của điểm *N* là . | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập xác định toạ độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 3 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là đề HS xác định toạ độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 3 (5 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.*-* GV có thể gợi ý HS áp dụng quy tắc hình bình hành cho các hình chữ nhật OB’C’D’, OABB’ và OADD’, sau đó sử dụng các kết quả đã có trong Ví dụ 3.- Sau khi kết thúc Ví dụ 3 và Luyện tập 3, GV nêu phần Nhận xét. | - HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài.*HD.*Trong hình bình hành *OB'C'D'* có  suy ra *C’* có toạ độ là  Tương tự *B* có toạ độ là  và *D* có toạ độ là  | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập xác định toạ độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
|  TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN HỌC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Hệ toạ độ trong không gian, toạ độ của điểm trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập về hệ toạ độ trong không gian: Bài tập 2.13, 2.14. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. |

##### Tiết 2. TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** HS ôn tập kiến thức về hệ toạ độ trong không gian và toạ độ của một điểm trong không gian.***Nội dung:*** HS nhắc lại kiến thức về hệ toạ độ trong không gian và toạ độ của một điểm trong không gian.***Sản phẩm:*** Các câu hỏi lời, lời giải của HS.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Nhắc lại kiến thức (3 phút)**GV gọi HS nhắc lại định nghĩa về hệ toạ độ trong không gian và toạ độ của một điểm trong không gian. Các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS nhắc lại định nghĩa về hệ toạ độ trong không gian, toạ độ của điểm trong không gian. | + HS nhớ lại các định nghĩa về hệ toạ độ trong không gian, toạ độ của điểm.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS nhận biết được khái niệm toạ độ của vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ3 và các ví dụ, luyện tập.***Sản phẩm:*** Các câu hỏi lời, lời giải của HS.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **HĐ3 (6 phút)**- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.- Sau khi HS thực hiện xong HĐ3, GV cũng nhấn mạnh bộ ba số (*x, y, z*) là duy nhất, từ đó dẫn tới khái niệm toạ độ của vectơ.- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | **HĐ3.**Gọi là toạ độ của điểm *M* thì , suy ra .- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Qua HĐ3, HS nhận biết được khái niệm về toạ độ của vectơ trong không gian, mối liên hệ giữa toạ độ của điểm và toạ độ của vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Nhận xét (6 phút)** - GV đặt câu hỏi cho HS, để từ đó rút ra nhận xét:+ Nếu  thì toạ độ điểm *M* và toạ độ  như thế nào với nhau?+ Hai vectơ  bằng nhau khi nào? | - HS lần lượt trả lời hai câu hỏi:+ Toạ độ của  cũng là toạ độ của điểm *M*.+ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | HS nhận biết được mối liên hệ giữa toạ độ của một điểm và toạ độ của một vectơ và tính chất hai vectơ là bằng nhau nếu và chỉ nếu chúng có các toạ độ tương ứng bằng nhau. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP***Mục tiêu:*** HS xác định được toạ độ của các vectơ cụ thể.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Ví dụ 4 và Luyện tập 4.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 4 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 3 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS xác định được toạ độ của các vectơ cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 4 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài.*Đáp án*: . | + Mục đích của phần này là để HS xác định được toạ độ của các vectơ cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS giải thích được cách xác định toạ độ của một vectơ khi biết toạ độ của hai đầu mút.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ4.***Sản phẩm:*** Các câu trả lời của HS.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **HĐ4 (6 phút)**- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.- Từ HĐ4, GV giới thiệu cho HS công thức biểu diễn toạ độ của vectơ qua toạ độ của hai đầu mút. GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | **HĐ4.**a) , . b) Có  suy ra toạ độ của  là - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + HS giải thích được cách xác định toạ độ của một vectơ khi biết toạ độ của hai đầu mút.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng áp dụng quy tắc hình hộp.***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 5 và Luyện tập 5.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 5 (6 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ 5. | + HS sử dụng được công thức biểu diễn toạ độ của một vectơ qua toạ độ của hai đầu mút để xác định toạ độ của vectơ và/hoặc toạ độ của điểm.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Luyện tập 5 (7 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | - HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 5.*HD*. Vì  nên  Vì  nên  | + HS sử dụng được công thức biểu diễn toạ độ của một vectơ qua toạ độ của hai đầu mút để xác định toạ độ của vectơ và/hoặc toạ độ của điểm.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Toạ độ của vectơ trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập 2.16, 2.17. |

##### Tiết 3. VẬN DỤNG VÀ MỘT SỐ BÀI TẬP CUỐI BÀI

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng xác định toạ độ của điểm và vectơ trong không gian.***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập cuối bài học.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Bài 2.13 (4 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện ba HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện bài 2.13 và ghi bài. | + Mục đích của bài 2.13 là HS luyện tập về cách xây dựng hệ toạ độ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.15 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện ba HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện bài 2.15 và ghi bài. | + Mục đích của bài 2.15 là HS luyện tập xác định được toạ độ của vectơ khi biết hai đầu mút.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.16 (5 phút)**GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi, sau đó lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi bài của nhóm bạn, nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án. | HS thực hiện bài 2.16 và ghi bài. | + Mục đích của bài 2.16 là HS luyện tập xác định được toạ độ của một số điểm cụ thể trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.18 (7 phút)**GV cho HS hoạt động theo cặp, sau đó đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi bài của nhóm bạn, nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án. | HS thực hiện bài 2.18 và ghi bài. | + Mục đích của bài 2.18 là HS sử dụng được mối liên hệ giữa toạ độ của vectơ và toạ độ của điểm để xác định toạ độ của một số điểm trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG***Mục tiêu:*** HS sử dụng được kiến thức về toạ độ của điểm và vectơ trong không gian để trả lời một câu hỏi liên quan đến thực tiễn.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 1 và Vận dụng 2.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Vận dụng 1 (5 phút)**GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV gợi ý HS sử dụng hệ toạ độ đã có khi trả lời Câu hỏi ở mục 1.- Tuỳ thuộc vào cách chọn các trục toạ độ và đơn vị trên các trục mà toạ độ của bóng đèn là khác nhau. Vì vậy GV nhấn mạnh với HS rằng, toạ độ của một điểm hoàn toàn phụ thuộc vào việc chọn hệ trục toạ độ. | HS thực hiện phần Vận dụng.*HD.* Có thể chọn hệ trục toạ độ với các trục trùng với các mép tường: *Ox* hướng về phía trước trang giấy, *Oy* hướng về bên phải và *Oz* hướng lên trên, đơn vị trên mỗi trục lấy theo mét, khi đó toạ độ của bóng đèn là . | + Mục đích của Vận dụng 1 là giúp HS sử dụng được kiến thức về toạ độ của một điểm trong một tình huống thực tế.+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Vận dụng 2 (7 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.- GV có thể gới ý cho HS bằng cách nhắc lại khái niệm về vectơ biểu diễn độ dịch chuyển và gợi ý HS xác định phương, hướng và độ lớn của vectơ đó. | HS thực hiện phần Vận dụng.*HD.* Gọi vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của máy bay trong nửa giờ là  thì  cùng hướng với vectơ đơn vị  và có độ dài bằng quãng đường máy bay di chuyển trong nửa giờ đó, tức là bằng  km. Do đó , suy ra  có toạ độ là . | + Mục đích của Vận dụng 2 là giúp HS sử dụng được khái niệm về toạ độ của vectơ trong không gian để trả lời một câu hỏi liên quan đến thực tiễn+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài 2.14 (4 phút)**GV gọi một HS trình bày, các HS khác thực hiện vào vở, theo dõi bài của bạn và nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án. | HS thực hiện bài 2.14 và ghi bài. | + Mục đích của bài 2.14 là để HS nhận biết được hình ảnh về hệ trục toạ độ trong thực tiễn. |
| **Bài 2.19 (5 phút)**GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi, sau đó lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi bài của nhóm bạn, nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án. | HS thực hiện bài 2.19 và ghi bài. | + Mục đích của bài 2.19 là để HS vận dụng hệ toạ độ trong không gian và toạ độ của một điểm vào một tình huống liên quan đến thực tiễn. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Toạ độ của vectơ trong không gian.- Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho bài tiết sau. |

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

**2.13.** Các mệnh đề đúng là a), d).

**2.14.** Trục *Ox* là mép trần nhà nằm trên bức tường chứa bức tranh, trục *Oy* là mép còn lại của bức tường chứa bức tranh và trục *Oz* là mép trần nhà còn lại.

**2.15.** a) ; b) ; c).

**2.16.** a); b) ; c) .

**2.17.** Thực hiện tương tự Ví dụ 3 và Luyện tập 3 ta được:    

**2.18.** a) Vì *OABC* là hình bình hành nên  suy ra 

b) Ta có , từ đó tính được   

**2.19.** Gọi *M* là điểm biểu diễn vị trí của máy bay. Khi máy bay di chuyển trên đường băng thì *M* luôn thuộc mặt phẳng (*Oxy*), do đó cao độ của *M* bằng 0. Vì vậy toạ độ của *M* có dạng *.*

## Bài 8. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

*Thời gian thực hiện: 3 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian, thể hiện được các phép toán vectơ theo toạ độ.

- Xác định được độ dài của vectơ khi biết toạ độ của hai đầu mút.

- Vận dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có),…

+ GV chuẩn bị thông tin về một số hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học.

#### - Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 03 tiết:

+ Tiết 1: Mục 1. Biểu thức toạ độ của phép cộng hai vectơ, phép trừ hai vectơ, phép nhân một số với một vectơ.

+ Tiết 2: Mục 2. Biểu thức toạ độ của tích vô hướng.

+ Tiết 3: Mục 3. Vận dụng toạ độ của vectơ trong một số bài toán có liên quan đến thực tiễn và một số bài tập.

##### Tiết 1. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTƠ, PHÉP TRỪ HAI VECTƠ, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
|  HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** HS tính được kích thước vật thể sau khi mô hình hóa, từ đó dẫn tới nhu cầu hình thành biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.***Nội dung:*** HS đọc tình huống mở đầu.***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Tình huống mở đầu (3 phút)***-* GV mô tả tình huống và có thể yêu cầu HS dựa vào các tính chất hình học của lăng trụ tam giác đứng để xác định toạ độ các đỉnh của hình lăng trụ. *- Đặt vấn đề:* Nếu như chúng ta biết toạ độ các điểm trong không gian, liệu chúng ta có thể tính được khoảng cách giữa hai điểm đó hay không? Ta sẽ đi tìm hiểu bài học ngày hôm nay. | HS xác định toạ độ các đỉnh của hình lăng trụ và suy nghĩ về tình huống. | + Mục đích của phần này là để HS tính toán các kích thước của vật thể sau khi đã mô hình hoá, từ đó dẫn tới nhu cầu hình thành biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ. |
|  HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS nhận biết được các biểu thức toạ độ của phép cộng, phép trừ hai vectơ, phép nhân vectơ với một số.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ1, HĐ2 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **1. Biểu thức toạ độ của phép cộng hai vectơ, phép trừ hai vectơ, phép nhân một số với một vectơ****HĐ1 (6 phút)**- Trước khi thực hiện HĐ1, GV yêu cầu HS nhắc lại biểu thức toạ độ của các phép toán tương ứng trong mặt phẳng.- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 3 phút và chọn một HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Từ HĐ1, GV có thể yêu cầu HS dự đoán biểu thức toạ độ của các phép toán cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ.- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. GV có thể nhấn mạnh sự tương tự giữa các biểu thức toạ độ này với các biểu thức toạ độ trong mặt phẳng để HS dễ dàng ghi nhớ các công thức. | - HS thực hiện HĐ1 theo hướng dẫn của GV.*HD.*a) ; b)  nên toạ độ của  là   nên toạ độ của  là - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + HĐ1 giúp HS giải thích được biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ hai vectơ và phép nhân một số với một vectơ trong trường hợp cụ thể, từ đó thừa nhận biểu thức toạ độ của các phép toán trên trong trường hợp tổng quát. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Câu hỏi (2 phút)****-** GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.- GV gợi ý HS viết  thành  và áp dụng biểu thức toạ độ của phép nhân một số với một vectơ. | - HS suy nghĩ và trả lời câu hỏi.- Đáp án:  có toạ độ là *.* | Qua phần câu hỏi, HS xác định được toạ độ của vectơ đối của một vectơ. |
| **Nhận xét (4 phút)**GV có thể yêu cầu HS nhắc lại điều kiện để hai vectơ (trong không gian) cùng phương, từ đó sử dụng biểu thức toạ độ của phép nhân một số với một vectơ để suy ra kết quả. Từ đó, ta rút ra nhận xét. | - Hai vectơ  cùng phương khi tồn tại số thực *k* sao cho , khi đó  | HS nhận biết được dấu hiệu (ở dạng toạ độ) để hai vectơ cùng phương. |
| **Ví dụ 1 (5 phút)** GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức. | - Các thành phần không thể thiếu - HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS sử dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ vừa học để tìm toạ độ của một số vectơ cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 1 (5 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | - HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài.- Đáp án:  | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập tìm toạ độ của một số vectơ cụ thể sử dụng phép cộng và trừ vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HĐ2 (6 phút)**- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ2 theo cặp trong 3 phút và chọn HS lên bảng trình bày. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.*-* Từ HĐ2, HS suy ra được biểu thức tính toạ độ trung điểm của đoạn thẳng *AB*, trọng tâm của tam giác *ABC*.- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | **HĐ2.**a) Gọi toạ độ của *M* là (*x*; *y*; *z*) thì  Ta cũng có  và  nên   Từ đẳng thức  suy ra  và b) Tương tự câu a.- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ2, HS thiết lập được biểu thức toạ độ của trung điểm đoạn thẳng và biểu thức toạ độ của trọng tâm tam giác. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng xác định vectơ bằng vectơ cho trước.***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 2 và Luyện tập 2. ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS bài luyện tập.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 2 (5 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý. | HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS xác định được toạ độ trung điểm của một đoạn thẳng và toạ độ trọng tâm của một tam giác trong trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 2 (6 phút)****-** GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.GV có thể gợi ý HS đặt toạ độ của điểm C là  và lập phương trình để tính . | - HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. Từ giả thiết ta có  suy ra . Tương tự  và . Vậy  | + Mục đích của phần này là để HS áp dụng được các công thức vừa học để xác định được toạ độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức toạ độ của phép cộng hai vectơ, phép trừ hai vectơ, phép nhân một số với một vectơ.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập 2.20a.- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. |

##### Tiết 2. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS nhận biết được biểu thức toạ độ của tích vô hướng của hai vectơ.***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ3 và các ví dụ.***Sản phẩm:*** Các câu hỏi lời, lời giải của HS.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Nhắc lại kiến thức (4 phút)**GV yêu cầu HS nhắc lại biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ. | HS nhắc lại biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ. | + HS nhớ lại biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HĐ3 (6 phút)**- GV yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa và một số tính chất của tích vô hướng trong không gian.- GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | - Với  thì - HS thực hiện các yêu cẩu của HĐ3.a) Vì  có độ dài là 1 nên . Vì  đôi một vuông góc nên b) Áp dụng câu a để suy ra . Tương tự suy ra và .c) Tính  Tương tự có  và  từ đó suy ra biểu thức toạ độ của . | + Qua HĐ3, HS giải thích được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Nhận xét (5 phút)**- GV đặt lần lượt các câu hỏi cho HS:+ Nếu hai vectơ  vuông góc với nhau thì tích vô hướng của hai vectơ bằng bao nhiêu?+ Từ công thức tính tích vô hướng của hai vectơ, ta có thể tính độ dài của  và  như thế nào?- Từ các câu trả lời của HS, GV rút ra nhận xét. | + Nếu  thì + Ta có + Ta có - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Qua HĐ3, HS nhận biết được một số tính chất được suy ra từ biểu thức toạ độ của tích vô hướng.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Ví dụ 3 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là đề HS sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để tính góc giữa hai vectơ trong không gian và tính độ dài của một vectơ trong không gian khi biết toạ độ của các vectơ đó.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 3 (5 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.*-* GV có thể gợi ý HS xác định toạ độ của  và từ đó tính . | - HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài.- Đáp án: = . | + Mục đích của phần này là đề HS luyện tập tính biểu thức vectơ.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP***Mục tiêu:*** HS sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để giải tam giác.***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Ví dụ 4 và Luyện tập 4.***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Ví dụ 4 (10 phút)**- GV cho HS nhắc lại hệ toạ độ trong không gian, các thành phần không thể thiếu của hệ toạ độ là gì?- GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | - Các thành phần không thể thiếu của hệ toạ độ là các trục toạ độ (đôi một vuông góc tại gốc) và các vectơ đơn vị trên mỗi trục.- HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kĩ năng sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để giải tam giác trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 4 (8 phút)**GV cho HS thực hiện theo bàn Luyện tập 4 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | - HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài.*Đáp án*:   | + Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kĩ năng sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để giải tam giác trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức toạ độ của tích vô hướng.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:+ Bài tập về biểu thức toạ độ của tích vô hướng của hai vectơ: Bài tập 2.20b+ Bài tập tổng hợp: Các bài tập 2.21, 2.22. |

##### Tiết 3. VẬN DỤNG TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG MỘT SỐ BÀI TOÁN CÓ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** HS vận dụng được biểu thức toạ độ của vectơ trong một số tình huống thực tế.***Nội dung:*** HS thực hiện các ví dụ và luyện tập.***Sản phẩm:*** Các câu trả lời của HS.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **3. Vận dụng toạ độ của vectơ trong một số bài toán có liên quan đến thực tiễn****Nhắc lại kiến thức**: GV cho HS nhắc lại biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ, cách tính toạ độ vectơ và độ dài vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút.**Ví dụ 5 (7 phút)**- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. | - HS nhắc lại biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ, cách tính toạ độ vectơ và độ dài vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút.- HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng toạ độ của vectơ trong một tình huống có liên quan đến thực tiễn.+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Luyện tập 5 (4 phút)**GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày các HS khác theo dõi, nhận xét. | - HS thực hiện Luyện tập 5 và ghi bài.*HD.*Gọi *D* là vị trí của máy bay sau 10 phút tiếp theo. Khi đó , suy ra  | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng toạ độ của vectơ trong một tình huống có liên quan đến thực tiễn.+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học. |
| **Ví dụ 6 (6 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng biểu thức toạ độ của tích vô hướng để trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 6 (5 phút)**GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | - HS thực hiện Luyện tập 6 và ghi bài.- Đáp án: . | + Rèn luyện cho HS kĩ năng vận dụng biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong tình huống thực tiễn.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 7 (5 phút)**GV cho HS thực hiện theo cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng xác định toạ độ của vật thể trong không gian ứng với một hệ toạ độ cho trước, từ đó biết cách tính khoảng cách giữa hai vật thể trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 7 (6 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện Luyện tập 7 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng áp dụng toạ độ của vectơ vào một tình huống xác định khoảng cách trong thực tiễn.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.20 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện bài 2.20 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong một số trường hợp cụ thể.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài 2.22 (5 phút)**GV cho HS thực hiện cá nhân 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện bài 2.22 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng biểu thức toạ độ của tích vô hướng để giải tam giác trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Toạ độ của vectơ trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập vận dụng: Các bài tập 2.23, 2.24.- Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho bài tiết sau. |

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

**2.20.** a) ; ;

b)  và 34.

**2.21.** a) Ta tính được  và . Do không tồn tại số thực *k* sao cho  nên ba điểm *M*, *N*, *P* không thẳng hàng.

b) Ta có . Để *MNPQ* là hình bình hành thì , suy ra .

c) Chu vi của hình bình hành *MNPQ* bằng .

**2.22.** a) .

b) Ta tính được , từ đó suy ra .

c) .

**2.23.** Gọi *A* là đỉnh của hình hộp chữ nhật nằm trên mặt phẳng *Oxy* và không nằm trên các trục. Gọi *B* là đỉnh của hình hộp chữ nhật nằm trên mặt phẳng *Oyz* và không nằm trên các trục. Trần nhà có hình chữ nhật nên điểm treo đèn (là tâm của hình chữ nhật) là trung điểm của đường chéo *AB*. Vì  và  nên toạ độ của điểm treo đèn là .

**2.24.** Khoảng cách từ tàu thám hiểm đến ra đa là  (km). Khoảng cách này lớn hơn phạm vi theo dõi của radar nên radar không thể phát hiện được tàu thám hiểm.

## ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG II

*Thời gian thực hiện: 2 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Hệ thống lại kiến thức về hệ toạ độ trong không gian, toạ độ điểm và vectơ trong không gian.

- Ôn tập lại các phép toán vectơ trong không gian.

- Vận dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, …

#### - Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

+ Tiết 1: Ôn tập về các phép toán vectơ trong không gian.

+ Tiết 2: Ôn tập về biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian.

##### Tiết 1. ÔN TẬP VỀ CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
|  HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** Nhắc lại các quy tắc để xác định tổng, hiệu của hai vectơ, phép nhân vectơ với một số và công thức tính tích vô hướng của hai vectơ.***Nội dung:*** HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức.***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Hoạt động khởi động (10 phút)**- GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại các quy tắc để xác định tổng, hiệu của hai vectơ, phép nhân vectơ với một số, công thức tính tích vô hướng của hai vectơ và các tính chất của chúng.- Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy. | + HS nhớ lại các quy tắc để xác định tổng, hiệu của hai vectơ, phép nhân vectơ với một số, công thức tính tích vô hướng của hai vectơ và tính chất của chúng.+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
|  HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS rèn luyện kĩ năng thực hiện các phép toán vectơ.***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương.***Sản phẩm:*** Lời giải của các bài tập***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Trắc nghiệm (20 phút)**- GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm.+ GV cho HS hoạt động cá nhân trong 15 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm. | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học ở chương II.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.35 (4 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 2.35 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.  |
| **Bài 2.36 (5 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 2.36 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng biểu diễn vectơ theo các vectơ khác trong không gian.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.  |
| **Bài 2.37a (4 phút)**GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 2.37a và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng biểu diễn vectơ theo các vectơ khác trong không gian.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
|  TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại các phép toán vectơ trong không gian.-Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập2.37b.- Nhắc HS đọc trước bài chuẩn bị cho tiết học sau. |

##### Tiết 2. ÔN TẬP VỀ BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
|  HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** Nhắc lại hệ toạ độ trong không gian, các biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian. ***Nội dung:*** HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức.***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Hoạt động khởi động (8 phút)**HS làm việc cá nhân vào sơ đồ tư duy của Phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Phiếu học tập số 1. | + HS nhớ lại hệ toạ độ trong không gian, các biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian.+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
|  HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Giúp HS rèn luyện kĩ năng thực hiện các phép toán vectơ trong toạ độ.***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương.***Sản phẩm:*** Lời giải của các bài tập.***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. |
| **Bài 2.38 (7 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 2.38 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.  |
| **Bài 2.39 (6 phút)**- GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 2.39 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.  |
| **Bài 2.40 (7 phút)**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 2.40 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian, tính độ dài vectơ, tính cosin của góc giữa hai vectơ.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.  |
| **Bài 2.41 (8 phút)**GV tổ chức cho HS thực hiện bài 2.41 theo cặp trong 5 - 6 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.  | HS thực hiện bài 2.41 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng tính độ dài vectơ, xác định được toạ độ điểm trong các trường hợp cụ thể.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 2.42 (7 phút)**GV chia lớp thành 4 nhóm, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 5 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | HS thực hiện bài 2.42 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng giải quyết các vấn đề toán học có sử dụng tới vectơ và hệ trục toạ độ trong không gian.+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.-Giao choHS làm các bài tập sau:Phiếu học tập chương II (xem Phụ lục).- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. |

##### PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Điền vào chỗ trống để hoàn thành sơ đồ tư duy sau.

****

##### PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

1. Cho hình hộp . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và  Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . ***D*.** .

1. Cho tứ diện . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho tứ diện  và  là trọng tâm tam giác . Đẳng thức đúng là.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hình hộp . Chọn đẳng thức **sai?**

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hình chóp  có , các cạnh còn lại đều bằng . Góc giữa hai vectơ  và  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho điểm M thoả . Tìm toạ độ của điểm M.

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai điểm . Tìm toạ độ vectơ .

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai điểm và . Tìm biết .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai điểm và . Tìm toạ độ trung điểm là trung điểm của đoạn thẳng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho, , . Tìm toạ độ điểm sao cho  là hình bình hành

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho , , . Tìm véctơ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho ;; . Tính tích vô hướng .

 **A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

1. Cho hai vectơ  cùng phương. Giá trị của tổng  bằng?

 **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai điểm , . Tìm toạ độ điểm , biết rằng .

 **A.** . **B.** . **C.**  **D.** 

1. Cho hai vecto và. Tìm .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

**2.25. D. 2.26. B. 2.27. D. 2.28. B. 2.29. C.**

**2.30. C. 2.31. A. 2.32. B. 2.33. B. 2.34. A.**

**2.35.** Gọi *O* là giao điểm của *AC* và *BD* thì *O* là trung điểm của *AC* và *BD*.

Ta có: và . Do đó 

**2.36.** Ta có:  và 

* Khi đó .
* Suy ra 

**2.37.** a) Vì  nên .

Suy ra

b) Theo câu a và theo quy tắc hình hộp thì  Do đó ba điểm *A*, *G*, *C'* thẳng hàng.

**2.38.** a) Ta có: 

b) Vì *M* thuộc *Oz* nên toạ độ của *M* có dạng . Suy ra  mà  nên  Vậy 

**2.39.** Ta có: 





**2.40.** a) Ta có:  b)  c) 

**2.41.** a) Ta có 

b) Vì  nên 

c) Vì  thẳng hàng nên  và  cùng phương.

Theo giả thiết thì thuộc mặt phẳng toạ độ  nên toạ độ điểm 

Do đó 

**2.42.** a) Chọn hệ trục toạ độ  sao cho  là góc nhà phía trên trần nhà (điểm giao của hai bức tường và trần nhà) và trục  là giao của bức tường bên trái với trần nhà; trục  là điểm giao của bức tường bên phải với trần nhà; trục là giao của 2 bức tường; đơn vị trên mỗi trục đều là mét. Khi đó, toạ độ của cái đèn ở vị trí ban đầu là  Toạ độ của cái đèn ở vị trí mới là 

b) Khoảng cách của hai vị trí của đèn lúc đầu và lúc sau là: 