## Bài 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

*Thời gian thực hiện: 5 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Mô tả sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).

- Khảo sát tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số: hàm bậc ba, hàm phân thức hữu tỉ đơn giản.

- Nhận biết tính đối xứng (tâm đối xứng, trục đối xứng) của đồ thị các hàm số trên.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học và mô hình hoá toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.

- Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học, …

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, …

+ GV chuẩn bị một số tình huống mô hình hoá bài toán thực tế dưới dạng hàm số và khảo sát hàm số này.

#### - Học sinh: SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

+ Tiết 1: Mục 1: Sơ đồ khảo sát hàm số;

+ Tiết 2: Mục 2: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đa thức bậc ba;

+ Tiết 3: Mục 3a: Hàm số phân thức 

+ Tiết 4: Mục 3.b: Hàm số phân thức  ( đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu);

+ Tiết 5: Luyện tập.

##### Tiết 1. SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG *(Hoạt động khởi động này chung cho cả bài)*  ***Mục tiêu:*** Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán thực tế có vận dụng sự biến thiên của hàm số.  ***Nội dung:*** GV đưa ra tình huống mở đầu trong SGK.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| ***Tình huống mở đầu:*** **3 phút**  - GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán.  *- Đặt vấn đề:*  Bài học này sẽ giúp em thấy được trong thực tế có rất nhiều tình huống được mô hình hoá dưới dạng hàm số và cần khảo sát hàm số để giải quyết các tình huống đó. | HS lắng nghe và suy nghĩ về tình huống. | + Mục đích của phần này là để HS thấy được tình huống cần khảo sát hàm số để giải quyết.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS hình thành sơ đồ khảo sát hàm số nói chung.  ***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ1, từ đó hình thành sơ đồ khảo sát hàm số nói chung.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **1. Sơ đồ khảo sát hàm số**  **HĐ1 (19 phút)**  - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 12 phút và chọn hai HS lên bảng trình bày. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.  - Sau khi HS thực hiện xong HĐ1, GV sẽ hướng dẫn HS khái quát lại sơ đồ khảo sát hàm số.  GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.  - GV nêu Chú ý cho HS khi vẽ đồ thị hàm số. | **HĐ1**.  a) Ta có:    b) + Trên khoảng  nên hàm số đồng biến. Trên khoảng  nên hàm số nghịch biến.  + Hàm số đạt cực tiểu tại  với  + Giới hạn tại vô cực:  + Bảng biến thiên:    + Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm , cắt trục hoành tại điểm (1;0) và (3;0), nhận đường thẳng  làm trục đối xứng.    - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Đây là tình huống đơn giản cho HS hình thành các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học. |
| **2. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đa thức bậc ba**  **Ví dụ 1 (18 phút)**  - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó gọimột HS lên bảng trình bày, GV có thể gợi ý, hỗ trợ HS để HS vẽ được đồ thị hàm số; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.  - Sau khi HS thực hiện xong Ví dụ 1, GV yêu cầu HS nhận xét đồ thị của hàm số bậc 3, tìm tâm đối xứng, đường tiệm cận của đồ thị hàm số, từ đó rút ra nội dung phần Chú ý. | HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.  + HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Mục đích là để HS thực hành khảo sát hàm số đa thức bậc ba trong trường hợp hàm số có cực trị.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Sơ đồ khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.  - Giao choHS làm bài tập 1.21a trong SGK:Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba trong trường hợp hàm số có cực trị.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 2. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐA THỨC BẬC BA

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS thực hành khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Ví dụ 2 (15 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 12 phút, GV có thể hướng dẫn HS (nếu cần), sau đó gọi một HSlên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là để HS thực hành khảo sát hàm số đa thức bậc ba trong trường hợp hàm số không có cực trị.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố, rèn luyện kĩ năng khảo sát hàm số đa thức bậc ba.  ***Nội dung:*** HS thực hiện bài Luyện tập 1.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Luyện tập 1.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Luyện tập 1(13 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó gọi một HSlên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | *HD*.  1) Tập xác định của hàm số: .  2) Sự biến thiên:  + Ta có:  Vậy  với mọi .  + Hàm số nghịch biến trên khoảng  + Hàm số không có cực trị.  + Giới hạn tại vô cực:  + Bảng biến thiên:    3) Đồ thị: Đồ thị của hàm số đi qua gốc toạ độ và có tâm đối xứng là điểm | + Mục đích của luyện tập này là củng cố kĩ năng khảo sát hàm số đa thức bậc ba.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Các dạng đồ thị của hàm số bậc ba (14 phút)**  Sau khi HS thực hiện xong Luyện tập 1, GV có thể tổng kết lại cho HS các trường hợp có thể xảy ra của hàm số bậc ba và các dạng đồ thị của nó.  HS theo dõi và ghi nội dung cần ghi nhớ. | | + Mục đích của phần này là giúp HS nhận dạng được đồ thị của hàm số bậc ba trong các trường hợp.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc 3.  -Giao choHS làm bài tập 1.21b trong SGK:Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 3. HÀM SỐ PHÂN THỨC .

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Thực hành khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 3.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Ví dụ 3.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Ví dụ 3. (12 phút)**  - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3, GV có thể hướng dẫn HS (nếu cần). GV gọi đại diện lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là thực hành khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Tâm đối xứng, trục đối xứng của đồ thị hàm số phân thức (3 phút)**  Sau khi HS thực hiện xong Ví dụ 3, GV có thể đặt câu hỏi để HS nhận xét về tâm đối xứng, trục đối xứng của đồ thị hàm số. | - Tâm đối xứng của đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất chính là giao điểm của hai đường tiệm cận.  - Hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận của đồ thị là trục đối xứng. | - Mục đích là để HS nhận biết tâm đối xứng và trục đối xứng của đồ thị hàm số bậc nhất/bậc nhất.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu*:** Giải bài toán ở tình huống mở đầu. Củng cố kĩ năng khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Luyện tập 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Luyện tập 2.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt độngnhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Luyện tập 2 (10 phút)**  GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 5 phút, sau đó gọi HStrả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | - HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài.  Ta có  Khi đó  với mọi  Vậy hàm số này nghịch biến trên khoảng chứng tỏ chi phí trung bình giảm theo *x*. Hơn nữa, ta thấy  với mọi  và  Từ đó, ta nhận thấy chi phí trung bình giảm nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/sản phẩm. Ngoài ra, khi *x* càng lớn thì chi phí trung bình càng gần với 2. | + Mục đích của phần này là củng cố kĩ năng khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất và giải quyết bài toán ở tình huống mở đầu.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Đồ thị của hàm số phân thức bậc nhất/bậc nhất (5 phút)**  Sau khi HS thực hiện xong Luyện tập 2, GV có thể tổng kết lại cho HS các trường hợp có thể xảy ra của hàm số phân thức bậc nhất/bậc nhất  và các dạng đồ thị của nó.  HS theo dõi và ghi nội dung cần ghi nhớ. | | + Mục đích của phần này là giúp HS nhận dạng được đồ thị của hàm số bậc nhất/ bậc nhất trong các trường hợp.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG ***Mục tiêu:*** Giải bài toán thực tế bằng cách khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Vận dụng.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Vận dụng.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt độngnhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Vận dụng (10 phút)**  GV chia lớp thành 4 nhóm, cho HS hoạt động nhóm trong 7 phút, sau đó gọi HStrả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | a) Nồng độ chất khử trùng sau *t* phút là  (gam/lít).  b) Ta có  - Tập xác định:  - Sự biến thiên:  +  với mọi  + Hàm số đồng biến trên khoảng  + Tiệm cận:  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.  + Bảng biến thiên:    + Đồ thị:    c) Do  là hàm tăng nên nồng độ chất khử trùng tăng theo thời gian. Tuy nhiên, do  nên nồng độ này không vượt ngưỡng 0,5 gam/lít. | + Mục đích của phần này là để HS mô hình hoá bài toán thực tế dưới dạng hàm số phân thức hữu tỉ và khảo sát hàm số này để giải quyết bài toán.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Khảo sát hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất.  -Giao choHS làm bài tập 1.22 trong SGK:Khảo sát và vẽ đồ thị hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 4. HÀM SỐ PHÂN THỨC ( ĐA THỨC TỬ KHÔNG CHIA HẾT CHO ĐA THỨC MẪU)

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai/bậc nhất.  ***Nội dung:*** Ví dụ 4, Ví dụ 5.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức thực hiện:*** Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Ví dụ 4 (12 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4, GV có thể hỗ trợ HS (nếu cần). GV gọi đại diện lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là thực hành khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai/bậc nhất trường hợp hàm số có cực trị.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Tâm đối xứng, trục đối xứng của đồ thị hàm phân thức bậc hai/bậc nhất (3 phút)**  Sau khi HS thực hiện xong Ví dụ 4, GV có thể đặt câu hỏi để HS nhận xét về tâm đối xứng, trục đối xứng của đồ thị hàm số. | - Tâm đối xứng của đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai/bậc nhất chính là giao điểm của hai đường tiệm cận.  - Hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận của đồ thị là trục đối xứng.  - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | - Mục đích là để HS nhận biết tâm đối xứng và trục đối xứng của đồ thị hàm số bậc hai/bậc nhất.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 5 (11 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 5. GV gọi đại diện lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là thực hành khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai/bậc nhất trường hợp hàm số không có cực trị.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố cho HS kĩ năng khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Luyện tập 3  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Luyện tập 3.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Luyện tập 3 (11 phút)**  GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 7 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | - HS thực hiện bài Luyện tập 3 và ghi bài.  *HD*.  (1) Tập xác định:  (2) Sự biến thiên: Ta có  +  với mọi  + Hàm số nghịch biến trên từng khoảng  và  + Hàm số không có cực trị.  + Tiệm cận:  là tiệm cận xiên,  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.  + Bảng biến thiên:    + Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  cắt trục hoành tại các điểm  và Đồ thị có tâm đối xứng là điểm | + Mục đích của ví dụ này là củng cố cho HS kĩ năng khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai/bậc nhất.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Đồ thị của hàm số phân thức bậc hai/ bậc nhất (5 phút)**  Sau khi HS thực hiện xong Luyện tập 2, GV có thể tổng kết lại cho HS các trường hợp có thể xảy ra của hàm số phân thức bậc hai/ bậc nhất  **(**đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu) và các dạng đồ thị của nó.  HS theo dõi và ghi nội dung cần ghi nhớ.  *A graph of a function  Description automatically generated with medium confidence* | | + Mục đích của phần này là giúp HS nhận dạng được đồ thị của hàm số bậc hai bậc nhất trong các trường hợp.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai/bậc nhất.  - Giao choHS làm bài tập trong SGK: bài tập 1.23, 1.24.   * Khảo sát và vẽ đồ thị hàm phân thức hữu tỉ bậc hai /bậc nhất: bài tập 1.23. * Vận dụng giải bài toán thực tế: bài tập 1.24.   -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 5. LUYỆN TẬP

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** Củng cố lại sơ đồ khảo sát hàm số.  ***Nội dung:*** HS ôn tập lại các bước khảo sát hàm số và một số dạng đồ thị hàm số thường gặp.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức thực hiện:*** Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Hoạt động khởi động (10 phút)**  **-** GV đặt câu hỏi để HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.  - GV cho HS chơi được khởi động được trình chiếu trên máy chiếu, trả lời các câu hỏi trong phiếu học tập số 1, để từ đó HS củng cố lại một số dạng đồ thị hàm số thường gặp. | HS nhắc lại các bước khảo sát hàm số và chơi trò chơi. | - Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại các bước khảo sát hàm số.  - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Rèn luyện kĩ năng khảo sát hàm số.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các bài tập cuối bài.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Bài 1.21a (10 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 7 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện bài 1.21a và ghi bài | + Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cho HS kĩ năng khảo sát hàm số bậc ba.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài 1.22a (10 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện bài 1.22a và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cho HS kĩ năng khảo sát hàm số phân thức bậc nhất/bậc nhất.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG ***Mục tiêu:*** HS thấy được các bài toán mô hình hoá dạng hàm số và khảo sát hàm số để giải quyết.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của bài tập cuối bài.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Bài 1.24 (12 phút)**  GV cho HS hoạt động nhóm theo bàn trong 8 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.  + Tuỳ tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập). | HS thực hiện bài 1.24 và ghi bài. | + Mục đích của bài 1.24 là để HS vận dụng khảo sát hàm số để giải quyết tình huống thực tế.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Luyện tập khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.  - Giao choHS làm bài tập trong SBT.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

**Câu 1.** Đồ thị hàm số nào dưới đây không phải là đồ thị của một hàm số bậc ba?

**A. A graph of a function

Description automatically generated B. A graph of a function

Description automatically generated**

**C. D. A graph of a function

Description automatically generated**



**Câu 2.** Cho hàm số  có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A graph of a function

Description automatically generated

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Câu 3.** Tìm đồ thị của hàm số  trong các đồ thị hàm số dưới đây:

**A.** A graph of a function

Description automatically generated **B. A graph of function and function

Description automatically generated**

**C.** A graph of a function

Description automatically generated **D.** A graph of a function

Description automatically generated

A graph of a function

Description automatically generated**Câu 4.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  với là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** 

**B.** 

**C.** 

A graph of a function

Description automatically generated**D.** 

**Câu 5.** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

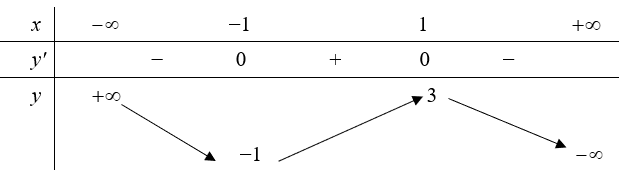
**1.21**. a) Ta có: ,  khi .

+ Hàm số đồng biến trên khoảng  và nghịch biến trên từng khoảng và 

+ Hàm số đạt cực đại tại  với , đạt cực tiểu tại  với .

+ Giới hạn tại vô cực: , .

+ Bảng biến thiên:



A graph of a function

Description automatically generated+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm điểm này đồng thời là tâm đối xứng của đồ thị.

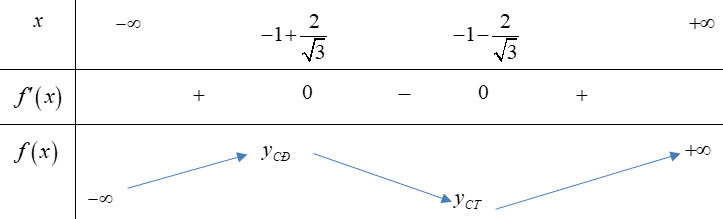
b) Ta có: . Do đó  khi  hoặc .

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng  và .

+ Hàm số đạt cực đại tại  với  đạt cực tiểu tại  với .

+ Giới hạn tại vô cực: , .

+ Bảng biến thiên:



+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm , có tâm đối xứng là điểm .

A graph of a function

Description automatically generated

**1.22**. a) Ta có:  với mọi 

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng  và 

+ Hàm số không có cực trị.

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng , tiệm cận ngang là đường thẳng 

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm , cắt trục hoành tại điểm . Điểm  là tâm đối xứng của đồ thị.

b) Ta có:  với mọi .

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng  và 

+ Hàm số không có cực trị.

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng , tiệm cận ngang là đường thẳng 

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm , cắt trục hoành tại điểm . Điểm  là tâm đối xứng của đồ thị.

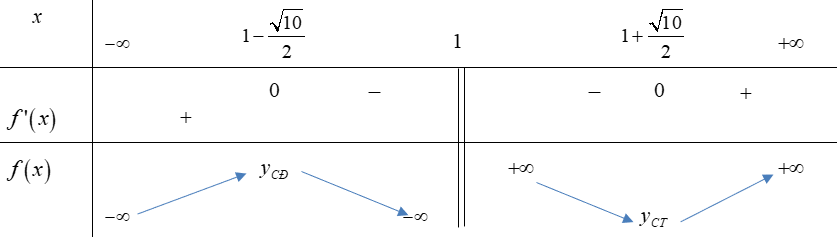
**1.23**. a) Viết , ta có ,  khi 

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng  và  nghịch biến trên từng khoảng  và 

+ Hàm số đạt cực đại tại , đạt cực tiểu tại 

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng , tiệm cận đứng là đường thẳng .

+ Bảng biến thiên:



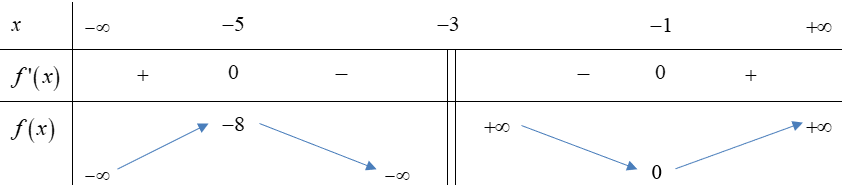
b) Viết . Khi đó ,  khi  hoặc .

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng  và , nghịch biến trên từng khoảng  và 

+ Hàm số đạt cực đại tại , đạt cực tiểu tại 

+ Đường thẳng  là tiệm cận xiên, đường thẳng  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ Bảng biến thiên:



**1.24**. a) Ta có .

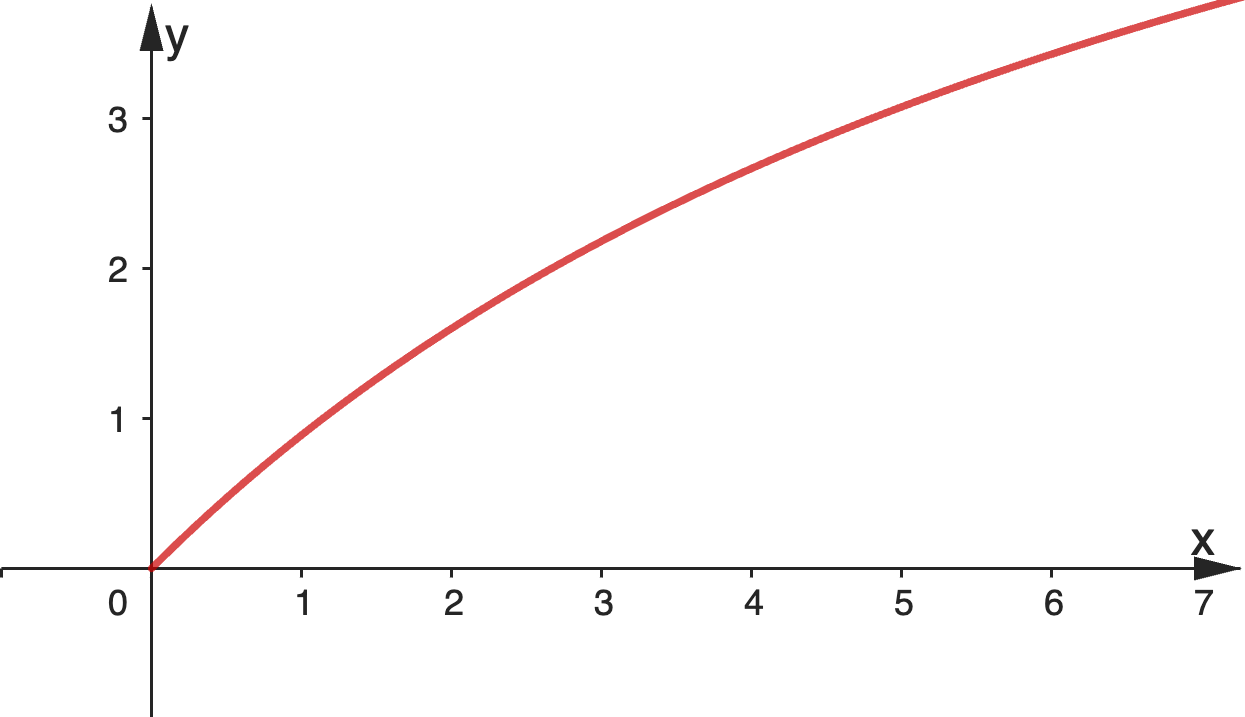
b) Khảo sát hàm số  với . Ta có  với mọi 

+ Hàm số nghịch biến trên khoảng .

+ Giới hạn tại vô cực: .

c) Từ đó, ta thấy nồng độ KOH giảm theo  nhưng luôn lớn hơn 8 mg/ml.

**1.25**. Đồ thị của hàm số 



a) Điện trở tương đương của mạch tăng khi  tăng.

b) Do đồ thị hàm số  có tiệm cận ngang là đường thẳng .

## Bài 5. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

*Thời gian thực hiện: 4 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn như tính tốc độ tức thời của một đại lượng, giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản trong thực tế.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến đạo hàm và khảo sát hàm số.

- Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học, …

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân;

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có),…

+ GV chuẩn bị một số bài toán về tốc độ thay đổi của một đại lượng, bài toán tối ưu hoá đơn giản,...

#### - Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 04 tiết:

+ Tiết 1,2: Mục 1: Tốc độ thay đổi của một đại lượng.

+ Tiết 3,4: Mục 2: Một vài bài toán tối ưu hoá đơn giản.

##### Tiết 1. TỐC ĐỘ THAY ĐỔI CỦA MỘT ĐẠI LƯỢNG

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG *(Hoạt động khởi động này chung cho cả bài)*  ***Mục tiêu:*** Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán thực tế cần vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số.  ***Nội dung:*** GV đưa ra tình huống mở đầu trong SGK.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| ***Tình huống mở đầu:*** **3 phút**  - GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán.  *- Đặt vấn đề:*  Bài học này sẽ giúp em hiểu, vận dụng được đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn. |  | + Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC THỨCTHỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS vận dụng được đạo hàm để giải bài toán liên quan tới tốc độ thay đổi của một đại lượng.  ***Nội dung:*** GV giới thiệu hàm số thể hiện tốc độc thay đổi, HS thực hiện Ví dụ 1, 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi Ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **1. Tốc độ thay đổi của một đại lượng**  **(10 phút)**  GV hướng dẫn HS đoạn mở đầu.  - GV giới thiệu cho HS tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng  đối với đối lượng *x* tại thời điểm *x* = *a*.  - Sau đó, GV giới thiệu ý nghĩa thực tế của tốc độ thay đổi tức thời trong một số trường hợp thường gặp của đại lượng y: hàm vị trí, nồng độ của một chất tham gia phản ứng hoá học tại thời điểm *t*, số lượng cá thể trong một quần thể động vật hoặc thực vật tại thời điểm *t*, hàm chi phí. | HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Mục đích là để giới thiệu hàm số thể hiện tốc độ thay đổi tức thời của của *y* đối với *x*.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học. |
| **Ví dụ 1 (9 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọimột HS lên bảng trình bày, GV có thể gợi ý; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài. | + Mục đích là để rèn luyện kĩ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Ví dụ 2 (9 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọimột HS lên bảng trình bày, GV có thể gợi ý; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. | + Mục đích là để rèn luyện kĩ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Ví dụ 3 (9 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, GV có thể hướng dẫn (nếu cần), sau đó gọi một HSlên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là để rèn luyện kĩ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Hàm số thể hiện tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng *y* đối với *x*.  - Giao choHS làm bài tập 1.26 trong SGK:Vận dụng đạo hàm để giải quyết bài toán về tốc độ thay đổi của một đại lượng.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 2. TỐC ĐỘ THAY ĐỔI CỦA MỘT ĐẠI LƯỢNG

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS vận dụng được đạo hàm để giải bài toán liên quan tới tốc độ thay đổi của một đại lương.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 3, 4.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Ví dụ 4 (10 phút)**  GV cho HS hoạt động theo cặp trong 8 phút, GV có thể hướng dẫn (nếu cần), sau đó gọi đại diện HSlên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là để rèn luyện kĩ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Giúp HS vận dụng được đạo hàm để giải bài toán liên quan tới tốc độ thay đổi của một đại lương.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Luyện tập 1.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Luyện tập 1.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Luyện tập 1 (10 phút)**  GV chia lớp thành 4 nhóm và cho HS hoạt động nhóm trong 6 phút, sau đó gọi một HSlên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | - HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài.  Ta có:    Tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là  (mmHg/s). | + Mục đích của ví dụ này là để củng cố kĩ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài tập 1.26 (10 phút)**  GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, GV có thể hướng dẫn (nếu cần), sau đó gọi một HSlên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện bài 1.26 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là để củng cố kĩ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài tập 1.27 (10 phút)**  GV chia lớp thành 4 nhóm và cho HS hoạt động nhóm trong 6 phút, sau đó gọi đại diện HSlên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện bài 1.27 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là để củng cố kĩ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(4 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: hàm số thể hiện tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng *y* đối với *x*.  - Giao choHS làm bài tập 1.27 trong SGK:Vận dụng đạo hàm để giải quyết bài toán về tốc độ thay đổi của một đại lượng.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 3. MỘT VÀI BÀI TOÁN TỐI ƯU HOÁ ĐƠN GIẢN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS nắm được quy trình giải một bài toán tối ưu hoá.  ***Nội dung:*** GV giới thiệu quy trình giải một bài toán tối ưu hoá, HS thực hiện Ví dụ 5.  ***Sản phẩm:*** Quy trình giải một bài toán tối ưu hoá, lời giải Ví dụ 5.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **2. Một vài bài toán tối ưu hoá đơn giản**  Đoạn mở đầu: **(4 phút)**  GV giới thiệu cho HS những tình huống cần tối ưu hoá thường gặp trong thực tế và cho HS lấy thêm một vài tình huống cụ thể. | HS lắng nghe và suy nghĩ về tình huống. | + Mục đích của phần này là để HS thấy được tình huống cần tối ưu hoá trong thực tế.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Quy trình giải một bài toán tối ưu hoá: (6 phút)**  GV có thể đặt cho HS một vài câu hỏi để gợi mở cho HS xây dựng quy trình giải một bài toán tối ưu hoá.  Sau đó GV tổng kết lại quy trình giải bài toán tối ưu hoá. | HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Mục đích của phần này là để HS nắm được quy trình giải một bài toán tối ưu hoá.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 5 (15 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 5, trong quá trình HS thực hiện Ví dụ 5, GV có hỗ trợ HS nếu cần. GV gọi đại diện lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết.  GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý. | HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là để HS rèn luyện kĩ năng giải một bài toán tối ưu hoá.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** HS biết cách giải quyết bài toán tối ưu.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Luyện tập 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Luyện tập 2.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt độngnhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Luyện tập 2 (15 phút)**  GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 5 phút, sau đó gọi HStrả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài.  Gọi *x* (km) là độ dài đoạn *CD*. Điều kiện:  Độ dài quãng đường chèo thuyền là    Do vận tốc chèo thuyền là 6 km/h nên thời gian chèo thuyền là    Độ dài quãng đường chạy bộ là  Do vận tốc chạy bộ là 8 km/h nên thời gian chạy bộ là    Do đó tổng thời gian đi từ *A* đến *B* của anh An là    Ta cần tìm *x* sao cho *t* đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có:    Bảng biến thiên:    Vậy anh An cần chèo thuyền đến điểm cách điểm *C* một khoảng là km) để thời gian đến điểm *B* là ngắn nhất. | + Mục đích của phần này là rèn luyện kĩ năng giải quyết bài toán tối ưu.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Quy trình giải một bài toán tối ưu  -Giao choHS làm bài tập: GV có thể giao cho HS một số bài toán tương tự Ví dụ 5 và Luyện tập 2.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 4. MỘT VÀI BÀI TOÁN TỐI ƯU HOÁ ĐƠN GIẢN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập  của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS biết cách giải một bài toán tối ưu hoá liên quan tới kinh tế.  ***Nội dung:*** Ví dụ 6, Ví dụ 7.  ***Sản phẩm:*** Lời giải các ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Một số hàm số cơ bản trong kinh tế (3 phút)**  GV nhắc lại cho HS các khái niệm hàm chi phí, hàm cầu, hàm doanh thu và hàm lợi nhuận trong kinh tế. | HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Mục đích của phần này là để HS nhớ lại các hàm trong kinh tế. |
| **Ví dụ 6 (10 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 6. GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là rèn luyện kĩ năng giải một bài toán tối ưu trong kinh tế.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Ví dụ 7 (10 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 7. GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết. | HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài. | + Mục đích của ví dụ này là rèn luyện kĩ năng rút ra các kết luận thực tiễn từ việc khảo sát hàm số trong mô hình thực tế đang xét.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG ***Mục tiêu:*** HS vận dụng, tổng hợp được các kĩ năng trong bài để giải quyết bài toán thực tế.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Vận dụng.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của Vận dụng.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Vận dụng (10 phút)**  GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 10 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | - HS thực hiện bài Vận dụng và ghi bài.  a) Gọi *p* (triệu đồng) là giá của mỗi chiếc ti vi. Ta cần xác định hàm cầu *p*(*x*).  Giá vé *p1* = 14 ứng với *x1* = 1 000, giá vé *p2* = 13,5 ứng với *x2* =1 000 + 100 = 1 100. Do đó, ta có:    hay  b) Hàm doanh thu từ số ti vi bán được là      Ta cần tìm *x* sao cho *R* đạt giá trị lớn nhất. Ta có:      Bảng biến thiên:    Với *x* = 1 900 thì *p* = 9,5.  Vậy với giá bán là 9,5 triệu đồng, tức là công ty nên giảm 4,5 triệu đồng thì doanh thu là lớn nhất.  c) Hàm lợi nhuận là:    Ta cần tìm *x* sao cho *P* đạt giá trị lớn nhất. Ta có:      Bảng biến thiên:    Với *x* = 2 200 thì *p* = 8.  Vậy với giá bán là 8 triệu thì lợi nhuận thu được là lớn nhất. | + Mục đích của ví dụ này là HS vận dụng, tổng hợp được kiến thức kĩ năng trong bài để giải quyết được bài toán kinh tế.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài tập 1.28 (10 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân bài 1.28. GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết. | HS thực hiện bài 1.28 và ghi bài. | + Mục đích của bài này là củng cố kĩ năng giải quyết bài toán tối ưu.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.  - Nhắc HS ôntập các nội dung đã học: Quy trình giải một bài toán tối ưu trong kinh tế.  -Giao choHS làm bài tập 1.29 trong SGK: Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết các bài toán tối ưu hoá.  -Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

**1.26.** a) Hàm vận tốc: 

Hàm gia tốc: 

b) Nếu coi chiều dương của trục là chiều thẳng đứng hướng lên trên thì hạt chuyển động lên trên khi , chuyển động xuống dưới khi 

Do đó, vật chuyển động lên trên khi  và chuyển động xuống dưới khi 

c) Từ  đến  vật chuyển động từ toạ độ  đến toạ độ , tức là vật đi được quãng đường 16 đơn vị độ dài.

Từ đến , vật chuyển động từ toạ độ  đến toạ độ , tức là vật đi được quãng đường 7 đơn vị độ dài.

Do đó, trong khoảng thời gian  vật đi được quãng đường 23 đơn vị độ dài.

d) Hạt tăng tốc khi , hạt giảm tốc khi 

Mà  nên hạt luôn tăng tốc.

**1.27.** a) Hàm chi phí biên 

b) . Chi phí biên tại x = 100 là 2,5 (trăm nghìn đồng), nghĩa là ta dự đoán chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng hoá tiếp theo (đơn vị hàng hoá thứ 101) là khoảng 250 nghìn đồng.

c) Chi phí sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 101 là (trăm nghìn đồng).

Giá trị này xấp xỉ với giá trị chi phí biên *C'*(100) đã tính ở câu b.

**1.28.** Gọi *p* (triệu đồng) là giá thuê căn hộ một tháng. Ta cần xác định hàm cầu.

Giá thuê *p* = 8 ứng với *x* = 100, và giá thuê *p* = 8,1 ứng với *x* = 99. Do đó, ta có:

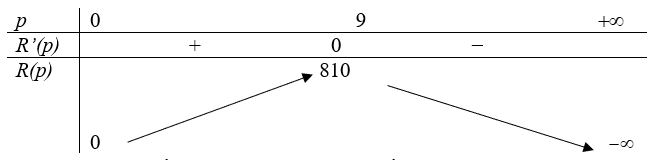
 hay , tức là 

Hàm doanh thu từ tiền cho thuê căn hộ là



Ta cần tìm *p* sao cho *R* đạt giá trị lớn nhất. Ta có: 

Bảng biến thiên:



Vậy với giá thuê là 9 triệu đồng thì doanh thu là lớn nhất.

**1.29.** a) Ta có: 

Do  và nên suy ra  Vậy tập xác định của hàm số  là nửa khoảng 

b) Ta có:  Suy ra hàm số  nghịch biến trên nửa khoảng 

Do đó, số lượng đơn vị sản phẩm bán được *x* sẽ giảm khi giá bán *p* tăng.

Ta có:  Điều này chứng tỏ khi giá bán *p* dần về 0 đồng thì số lượng đơn vị sản phẩm bán được sẽ tăng lên vô hạn.

## ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG I

*Thời gian thực hiện: 2 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Ôn tập và hệ thống hoá cách sử dụng đạo hàm để khảo sát hàm số (xét chiều biến thiên, tìm cực trị,...) và vẽ đồ thị hàm số.

- Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn như tính tốc độ tức thời của một đại lượng, giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản trong thực tế.

#### 2. Về năng lực

- Bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc khảo sát, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến đạo hàm và khảo sát hàm số.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, …

+ GV chuẩn bị thông tin về một số hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học.

#### - Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

+ Tiết 1: Ôn tập về tính đơn điệu, cực trị và giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

+ Tiết 2: Ôn tập về khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

##### Tiết 1. ÔN TẬP VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ, ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** Nhắc lại toàn bộ lí thuyết của chương I.  ***Nội dung:*** HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Hoạt động khởi động (10 phút)**  - GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại toàn bộ lí thuyết chương I: tính đơn điệu, cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, đường tiệm cận của đồ thị hàm số, các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.  - Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy. | + Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhớ lại lí thuyết của chương I.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Giúp HS rèn luyện kĩ năng xác định chiều biến thiên, tìm được cực trị của hàm số, tìm được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn, tìm được đường tiệm cận của đồ thị hàm số.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các bài tập.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Trắc nghiệm (20 phút)**  - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm.  + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 15 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. | HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm. | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học ở chương I.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 1.40 ý a và c (5 phút)**  GV chia lớp thành 2 nhóm lớn, phân công mỗi nhóm thực hiện Bài 1.40 ý a và c, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 1.40 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng xác định chiều biến thiên và cực trị của hàm số.  + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 1.41a (4 phút)**  GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 1.41 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.  + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Bài 1.42a (4 phút)**  GV chia lớp thành các nhóm bốn HS, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 3 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | HS thực hiện bài 1.42 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng tìm tiệm cận của đồ thị hàm số.  + Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập cách xét sự biến thiên của hàm số, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn.  -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK: bài tập 1.40 ý b, d, bài 1.41b, bài 1.42b.  - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 2. ÔN TẬP VỀ KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** Nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.  ***Nội dung:*** HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Hoạt động khởi động (4 phút)**  GV đặt câu hỏi cho HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số, sau đó gọi đại diện 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số. | + HS nhớ lại sơ đồ khảo sát hàm số.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Giúp HS rèn luyện kĩ năng khảo sát và vẽ đồ thị hàm số, vận dụng .  ***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập tự luận trong bài Ôn tập chương.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các bài tập.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Bài 1.43 (20 phút)**  GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 15 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | HS thực hiện bài 1.43 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.  + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học. |
| HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG ***Mục tiêu:*** Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập tự luận trong bài Ôn tập chương.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các bài tập.  ***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Bài 1.45 (9 phút)**  GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọiHS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. | HS thực hiện bài 1.45 và ghi bài. | + Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Bài 1.46 (10 phút)**  GV tổ chức cho HS thực hiện bài 1.46 theo nhóm đôi trong 7 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | HS thực hiện bài 1.46 và ghi bài. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm vectơ trong không gian.  -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập 1.44 và Phiếu học tập chương I (xem Phụ lục).  - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

**Câu 1.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:

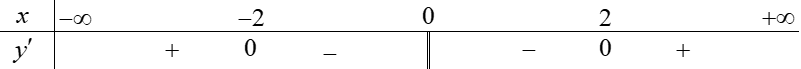
A math problem with arrows and numbers

Description automatically generated with medium confidence

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A. **. **B.** . **C.** . **D. **

**Câu 2.** Cho hàm số  có bảng xét dấu đạo hàm như sau



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng  **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng 

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng  **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng 

**Câu 3.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A math equations and numbers

Description automatically generated with medium confidence

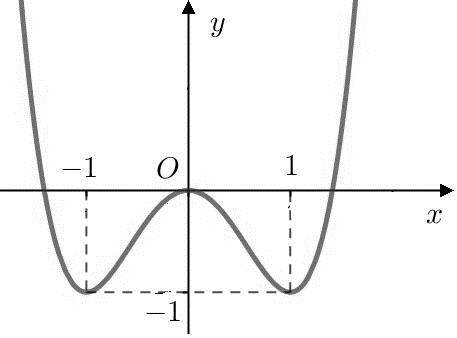
**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng .

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng .

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng .

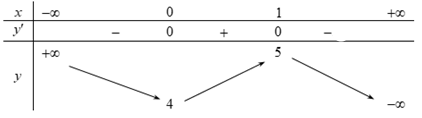
**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  và .

**Câu 4.** Cho hàm số  có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 5.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



**A.** . **B.** **C.** . **D.** .

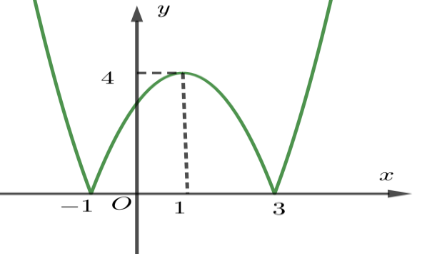
**A diagram of numbers and arrows

Description automatically generatedCâu 6.** Cho hàm số  có bảng biến thiên như hình bên.

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 7.** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ:

Đồ thị hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 8.** Cho hàm sốxác định, liên tục trên và có bảng biến thiên:

A diagram of numbers and lines

Description automatically generated

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng .

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng .

**C.** Hàm số đạt cực đại tại  và đạt cực tiểu tại .

**D.** Hàm số có đúng một cực trị.

**Câu 9.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

**1.30. B 1.31. A 1.32. D 1.33. C 1.34. B**

**1.35. B 1.36. D 1.37. D 1.38. B 1.39. D**

**1.40.** a) Ta có  nên hàm số đồng biến trên . Hàm số không có cực trị.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng  và  Hàm số đồng biến trên khoảng  và . Hàm số đạt cực đại tại *x* = 0 và  Hàm số đạt cực tiểu tại  và 

c) Ta có  Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Hàm số không có cực trị.

d) Ta có .

Hàm số đồng biến trên khoảng  và .

Hàm số nghịch biến trên khoảng  và .

Hàm số đạt cực đại tại  và 

Hàm số đạt cực tiểu tại  và 

**1.41.** a) Ta có  và hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên 

b) Ta có  tại  và  tại 

**1.42.** a) Đồ thị hàm số  có tiệm cận đứng  và tiệm cận ngang 

b) Đồ thị hàm số  có tiệm cận đứng  và tiệm cận xiên 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1.43.** a) Hàm số  đồng biến trên khoảng  và nghịch biến trên hai khoảng  và . Hàm số đạt cực đại tại điểm  và cực tiểu tại điểm . Bảng biến thiên và đồ thị hàm số được cho như sau:  A black and white math graphic  Description automatically generated with medium confidence | | | A diagram of a curve  Description automatically generated |
| b) Đồ thị hàm số  nhận đường thẳng  làm tiệm cận đứng và đường thẳng  làm tiệm cận ngang. Bảng biến thiên và đồ thị hàm số được cho như sau:  A black line with arrows and numbers  Description automatically generated with medium confidence | A graph of a function  Description automatically generated | | |
| c) Hàm số  đồng biến trên mỗi khoảng xác định và không có cực trị. Đồ thị hàm số này có tiệm cận đứng  và tiệm cận xiên . Bảng biến thiên và đồ thị hàm số được cho như sau:  A graph with numbers and arrows  Description automatically generated | | A graph of a function  Description automatically generated | | |

**1.44.** a) Ta có  là một hàm số của biến .

b) Ta có  và 

Từ  suy ra đồ thị hàm số  nhận đường thẳng  làm tiệm cận ngang. Như vậy, khi vật đặt cách thấu kính càng xa thì ảnh càng tiến gần đến tiêu điểm của thấu kính.

Từ  suy ra đồ thị hàm số  nhận đường thẳng  làm tiệm cận đứng. Như vậy, khi vật đặt càng gần tiêu điểm thì ảnh càng tiến ra xa vô hạn.

c) Bảng biến thiên của hàm số  trên khoảng  được cho dưới đây:

A black and white line

Description automatically generated

**1.45.** a) Dân số của quốc gia này vào các năm 2030 và 2035 lần lượt là  triệu người và  triệu người.

b) Hàm số  đồng biến trên đoạn .

c) Ta có . Tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm nếu



Vậy vào khoảng năm 2047 thì tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm.

**Chart, line chart

Description automatically generated1.45.** Đặt . Tổng chi phí lắp đặt là  triệu đồng.

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn . Ta có



Ta thấy  khi . Như vậy chi phí lắp đặt nhỏ nhất 460 triệu đồng khi đoạn *BM* dài 3 km.