

Ngày soạn: 30/10/2024

Chủ đề: BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

(Tổng số: 4 tiết)

I. Mục tiêu:

1. Kiến thức:

- Căn bậc hai, căn bậc ba và các tính chất
- Các phép biến đổi căn thức

2. Kỹ năng:

- Rút gọn biểu thức
- Giải phương trình và các bài toán khác

II. Tiến trình dạy học

1. Hoạt động 1: Ôn tập kiến thức đã học: Một số phép tính về căn bậc hai của số thực.

a) Căn bậc hai của một bình phương

Với mọi số thực a , ta có $\sqrt{a^2} = |a|$

b) Căn bậc hai của một tích

Với 2 số a, b không âm, ta có $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

c) Căn bậc hai của một thương

Với $a \geq 0; b > 0$, ta có $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

d) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

Nếu a là một số và b là một số không âm thì $\sqrt{a^2 \cdot b} = |a| \cdot \sqrt{b}$.

e) Đưa thừa số vào trong dấu căn

- Nếu a và b là hai số không âm thì $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$
- Nếu a là số âm và b không âm thì $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$.

f) Trục căn thức ở mẫu

- Với các biểu thức A, B và $B > 0$ ta có: $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$

- Với các biểu thức A, B, C và $A \geq 0, A \neq B^2$, ta có:

$$\frac{C}{\sqrt{A} + B} = \frac{C(\sqrt{A} - B)}{A - B^2} \text{ hoặc } \frac{C}{\sqrt{A} - B} = \frac{C(\sqrt{A} + B)}{A - B^2}$$

- Với các biểu thức A, B, C và $A \geq 0, B \geq 0, A \neq B$, ta có:

$$\frac{C}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} - \sqrt{B})}{A - B} \text{ hoặc } \frac{C}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} + \sqrt{B})}{A - B}.$$

2. Hoạt động 2 : Luyện tập

Bài 1. (Thông hiểu) Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{12} + 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} - 9\sqrt{48}$ b) $2\sqrt{3}(\sqrt{27} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75})$

c) $(2\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 4\sqrt{6}$ d) $(3\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - 6\sqrt{15}$

Hướng dẫn giải:

a) $\sqrt{12} + 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} - 9\sqrt{48}$

b) $2\sqrt{3}(\sqrt{27} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75})$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{2^2 \cdot 3} + 2\sqrt{3^2 \cdot 3} + 3\sqrt{5^2 \cdot 3} - 9\sqrt{4^2 \cdot 3} \\
&= 2\sqrt{3} + 2 \cdot 3\sqrt{3} + 3 \cdot 5\sqrt{3} - 9 \cdot 4\sqrt{3} \\
&= -13\sqrt{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} + 2\sqrt{4^2 \cdot 3} - \sqrt{5^2 \cdot 3}) \\
&= 2\sqrt{3}(3\sqrt{3} + 2 \cdot 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) \\
&= 2\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \\
&= 36
\end{aligned}$$

c) $(2\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 4\sqrt{6}$

$$\begin{aligned}
&= (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{6} \\
&= 8 - 4\sqrt{6} + 3 + 4\sqrt{6} \\
&= 11
\end{aligned}$$

d) $(3\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - 6\sqrt{15}$

$$\begin{aligned}
&= (3\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + 5 - 6\sqrt{15} \\
&= 27 + 6\sqrt{15} + 5 - 6\sqrt{15} \\
&= 32
\end{aligned}$$

Bài 2: (Vận dụng) Rút gọn biểu thức $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{7}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - 1 \right)$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$

Hướng dẫn giải

$$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{7}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - 1 \right) = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-4} + \frac{7}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} \right) = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} \quad (x \geq 0; x \neq 4)$$

Bài 3. (Vận dụng) Cho biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

a) Rút gọn M

b) Tìm x để $M = \frac{-1}{2}$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $M = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x(\sqrt{x}+1)} \right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) : \left(\frac{2(\sqrt{x}+1)}{x(\sqrt{x}+1)} - \frac{2-x}{x(\sqrt{x}+1)} \right)$$

$$= \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{2\sqrt{x} + 2 - 2 + x}{x(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{x(\sqrt{x}+1)}{2\sqrt{x}+x}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x}-1}, \text{ với } x \geq 0; x \neq 1$$

b) Ta có $M = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow 2x + \sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ (thỏa mãn)

Bài 3. (Vận dụng) Giải phương trình

a) $5\sqrt{3x} - 4\sqrt{27x} - \sqrt{12x} - \sqrt{75x} = -28$

b) $15\sqrt{x} + \sqrt{x} - \sqrt{25x} = 110$

$$\text{c) } \sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-1} + 6\sqrt{x-1} - 7\sqrt{x-1} = 12 \quad \text{d) } -3\sqrt{x+2} - 4\sqrt{4x+8} + \sqrt{9x+18} = -40$$

Hướng dẫn giải

$$\text{a) } 5\sqrt{3x} - 4\sqrt{27x} - \sqrt{12x} - \sqrt{75x} = -28$$

với $x \geq 0$

$$5\sqrt{3x} - 4\sqrt{27x} - \sqrt{12x} - \sqrt{75x} = -28 \Leftrightarrow 5\sqrt{3x} - 12\sqrt{3x} - 2\sqrt{3x} - 5\sqrt{3x} = -28$$

$$\Leftrightarrow -14\sqrt{3x} = -28 \Leftrightarrow \sqrt{3x} = 2 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy $x = \frac{4}{3}$ là nghiệm của phương trình

$$\text{b) } 15\sqrt{x} + \sqrt{x} - \sqrt{25x} = 110$$

với $x \geq 0$

$$15\sqrt{x} + \sqrt{x} - \sqrt{25x} = 110 \Leftrightarrow 11\sqrt{x} = 110 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 10 \Leftrightarrow x = 100 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy $x = 100$ là nghiệm của phương trình

$$\text{c) } \sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-1} + 6\sqrt{x-1} - 7\sqrt{x-1} = 12$$

với $x \geq 1$

$$\sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-1} + 6\sqrt{x-1} - 7\sqrt{x-1} = 12 \Leftrightarrow 4\sqrt{x-1} = 12 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 9+1$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy $x = 10$ là nghiệm của phương trình

$$\text{d) } -3\sqrt{x+2} - 4\sqrt{4x+8} + \sqrt{9x+18} = -40$$

với $x \geq -2$

$$-3\sqrt{x+2} - 4\sqrt{4x+8} + \sqrt{9x+18} = -40 \Leftrightarrow -3\sqrt{x+2} - 8\sqrt{x+2} + 3\sqrt{x+2} = -40$$

$$\Leftrightarrow -8\sqrt{x+2} = -40 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 5 \Leftrightarrow x+2 = 25 \Leftrightarrow x = 23 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy $x = 23$ là nghiệm của phương trình

3. Hướng dẫn HS học ở nhà

Bài 1. Tính

$$\text{a) } \frac{5+\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{1-\sqrt{5}}$$

$$\text{b) } \frac{2}{2+\sqrt{3}} + \frac{2}{2-\sqrt{3}}$$

$$\text{c) } \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Hướng dẫn giải:

$$\text{a) } \frac{5+\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{4}{1-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{4(1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})}$$

$$= \sqrt{5} + \frac{4(1+\sqrt{5})}{1-5}$$

$$= \sqrt{5} - (1+\sqrt{5})$$

$$= \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} = -1$$

$$\text{b) } \frac{2}{2+\sqrt{3}} + \frac{2}{2-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + \frac{2(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{4-2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}}{4-3}$$

$$= 8$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } & \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \\
&= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} + \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} \\
&= \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} \\
&= \sqrt{3} + \sqrt{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{d) } & \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \\
&= \frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \\
&= \sqrt{7} + \sqrt{2}
\end{aligned}$$

Bài 2: Rút gọn biểu thức $N = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{4\sqrt{x}}{3}$ với $x \geq 0$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}
\text{Với } x \geq 0 \text{ ta có } N &= \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{4\sqrt{x}}{3} \\
&= \left(\frac{x+2}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{4\sqrt{x}}{3} \\
&= \frac{x+2-x+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{4\sqrt{x}}{3} \\
&= \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{4\sqrt{x}}{3} \\
&= \frac{4\sqrt{x}}{3(x-\sqrt{x}+1)}
\end{aligned}$$

Bài 3: Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

Hướng dẫn giải

với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right) \\
&= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} \right) \\
&= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} \right) \\
&= \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\
&= \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{1} \\
&= \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}
\end{aligned}$$

Bài 4: Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5}$

Hướng dẫn giải

với $x \geq 0$ và $x \neq 25$

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5} \\ &= \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} + \frac{2(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5} \\ &= \frac{15 - \sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

Bài 5: Rút gọn biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$)

Hướng dẫn giải

với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

$$\begin{aligned} M &= \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{(2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{2\sqrt{x} - 9 - x + 9 + 2x - 4\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \end{aligned}$$

Bài 6. Giải PT $\sqrt{36x - 72} - 15\sqrt{\frac{x - 2}{25}} = 2(5 + \sqrt{x - 2})$

Hướng dẫn giải

với $x \geq 2$

$$\sqrt{36x - 72} - 15\sqrt{\frac{x - 2}{25}} = 2(5 + \sqrt{x - 2}) \Leftrightarrow 6\sqrt{x - 2} - 3\sqrt{x - 2} = 10 + 2\sqrt{x - 2}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x - 2} - 2\sqrt{x - 2} = 10 \Leftrightarrow \sqrt{x - 2} = 10 \Leftrightarrow x - 2 = 100 \Leftrightarrow x = 102 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy $x = 102$ là nghiệm của phương trình