

PHÂN BỐ BERNOULLI VÀ PHÂN BỐ NHỊ THỨC

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được khái niệm về phép thử lặp và công thức Bernoulli.
- Nhận biết được khái niệm phân bố nhị thức. Nhận biết được ý nghĩa của phân bố nhị thức.
- Vận dụng phân bố nhị thức để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở phần HĐTN, tự vận dụng kiến thức để giải các bài toán trong phần HĐTH và HĐVD.

2.2. Năng lực Toán học

- Giải quyết vấn đề toán học: Giải được các bài toán về phép thử lặp, công thức Bernoulli, phân bố nhị thức có liên quan đến thực tiễn.
- Giao tiếp toán học: HS hoạt động nhóm thông qua việc sử dụng các thuật ngữ, khái niệm, công thức, kí hiệu toán học về phép thử lặp, công thức Bernoulli, phân bố nhị thức.
- Tư duy và lập luận toán học: Giải quyết được các bài toán thông qua các HĐTH và HĐVD.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà; tích cực tham gia tốt các hoạt động, tìm tòi, sáng tạo trong học tập.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập Luyện tập, Thực hành, Vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: KHBD, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. CÁC HOẠT ĐỘNG DẠY HỌC CHỦ YẾU

1. Các hoạt động trong bài học

Mở đầu bài học:

SGK đưa ra tình huống:

Xét phép thử T: Tung một đồng xu cân đối và đồng chất một lần, Do chỉ có hai kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của đồng xu là S và N nên $\Omega = \{S; N\}$

Gọi X là biến ngẫu nhiên rời rạc nhận giá trị bằng 0 nếu mặt xuất hiện của đồng xu là S và nhận giá trị bằng 1 nếu mặt xuất hiện của đồng xu là N.

Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X gợi nên khái niệm gì trong toán học?

1.1. Nội dung 1. Phân bố Bernoulli

A. Hoạt động trải nghiệm

GV hướng dẫn HS thực hiện theo yêu cầu hoạt động 1.

– GV chia lớp thành hai nhóm. Yêu cầu Nhóm 1: Giả sử $P(X=1) = p (0 < p < 1)$ tính $P(X)$ khi $X=0$, Nhóm 2 điền vào bảng phân bố xác suất sau:

X	0	1
P		

– Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

Sau khi HS thực hiện xong yêu cầu của hoạt động, GV dẫn dắt HS đi đến nhận xét: Bảng phân bố xác suất được lập trên gọi là *phân bố Bernoulli* của biến ngẫu nhiên rời rạc X .

B. Hoạt động hình thành kiến thức

Từ kết quả của hoạt động trải nghiệm trên, GV hướng dẫn HS tiếp nhận và ghi nhớ khái niệm *phân bố Bernoulli* của biến ngẫu nhiên rời rạc X .

+) Biến ngẫu nhiên rời rạc X được gọi là có *phân bố Bernoulli* với tham số $p \in (0,1)$, kí hiệu $X \sim \text{Ber}(p)$, nếu X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	0	1
P	$1-p$	p

C. Hoạt động củng cố kiến thức mới

- VD1 giúp HS củng cố khái niệm *phân bố Bernoulli* của biến ngẫu nhiên rời rạc X , giải thích được biến ngẫu nhiên rời rạc X có *phân bố Bernoulli* không.

- VD2 giúp HS củng cố khái niệm *phân bố Bernoulli* của biến ngẫu nhiên rời rạc X , nhận biết được biến ngẫu nhiên rời rạc X có *phân bố Bernoulli* vì

X nhận 2 giá trị là 0, 1 và $P(X=1) = P(A) = p (0 < p < 1) \Rightarrow P(X=0) = P(\bar{A}) = 1-p$ nên X có phân bố Bernoulli với tham số $p \in (0;1)$.

D. Hoạt động thực hành, luyện tập

LT1 giúp HS nhận biết biến ngẫu nhiên rời rạc, củng cố khái niệm *phân bố Bernoulli* của biến ngẫu nhiên rời rạc X , nhận biết và giải thích được biến ngẫu nhiên rời rạc X có *phân bố Bernoulli* hay không

LT1:

+/- X nhận 2 giá trị là 0, 1 và $P(X=1) = \frac{1}{4} (0 < p < 1) \Rightarrow P(X=0) = P(\bar{X}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ nên X có phân bố Bernoulli với tham số $p = \frac{1}{4}$.

+/- Vậy biến ngẫu nhiên rời rạc X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	0	1
---	---	---

P	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
---	---------------	---------------

1.2.Nội dung 2. Phép thử lặp và công thức Bernoulli

A. Hoạt động trải nghiệm

GV hướng dẫn HS thực hiện từng yêu cầu hoạt động 2. Sau khi HS thực hiện xong yêu cầu của hoạt động,

GV dẫn dắt HS đi đến nhận xét: $P(A_k)$ và $C_2^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2-k}$

B. Hoạt động hình thành kiến thức

Từ kết quả của hoạt động trải nghiệm trên, GV hướng dẫn HS tiếp nhận và ghi nhớ khái niệm *Phép thử lặp* và thừa nhận *công thức Bernoulli* sau đây:

Với mỗi k ($0 \leq k \leq n$), xét biến cố A_k : “Kết quả L xuất hiện k lần trong n lần thực hiện phép thử T một cách độc lập”. Khi đó:

$$P(A_k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n) \text{ với } P(L) = p$$

C. Hoạt động củng cố kiến thức mới

- VD3 giúp HS nhận biết được phép thử lặp và áp dụng được *công thức Bernoulli* để tính xác suất của các biến cố của phép thử lặp đó.

- VD4 giúp HS áp dụng được *công thức Bernoulli* tính nhanh được xác suất của biến cố cần tìm.

D. Hoạt động thực hành, luyện tập

LT2 giúp HS củng cố và áp dụng thành thạo công thức *Bernoulli* để tính xác suất của các biến cố của phép thử lặp.

$$P(C) = C_5^2 \cdot (0,2)^2 \cdot (1-0,2)^3 = 0,2048$$

1.3.Nội dung 3. Phân bố nhị thức

A. Hoạt động trải nghiệm

GV hướng dẫn HS thực hiện từng yêu cầu hoạt động 3.

X nhận các giá trị thuộc tập hợp $\{0, 1, 2\}$ với xác suất

$$P(X=0) = C_2^0 \cdot (0,5)^0 \cdot (1-0,5)^{2-0} = 0,25$$

$$P(X=1) = C_2^1 \cdot (0,5)^1 \cdot (1-0,5)^{2-1} = 0,5$$

$$P(X=2) = C_2^2 \cdot (0,5)^2 \cdot (1-0,5)^{2-2} = 0,25$$

Bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X là

X	0	1	2
P	0,25	0,5	0,25

Sau khi HS thực hiện xong yêu cầu của hoạt động, GV dẫn dắt HS đi đến nhận xét: Bảng phân bố xác suất được lập ở trên được gọi là bảng phân bố nhị thức của biến ngẫu nhiên rời rạc X.

B. Hoạt động hình thành kiến thức

Từ kết quả của hoạt động trải nghiệm trên, GV hướng dẫn HS tiếp nhận và ghi nhớ khái niệm sau:

Biến ngẫu nhiên rời rạc X được gọi là có *phân bố nhị thức* với tham số n và p ($n \in \mathbb{N}^*, p \in (0,1)$), kí hiệu $X \sim B(n, p)$, nếu X nhận các giá trị thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; \dots; n\}$ với xác suất:

$$P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

Bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X như sau:

X	0	...	k	...	n
P	$(1-p)^n$	...	$C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$	...	p^n

GV đưa ra *chú ý* sau:

+/- Giả sử X là biến ngẫu nhiên rời rạc có *phân bố nhị thức* với tham số n và p ($n \in \mathbb{N}^*, p \in (0,1)$). Khi đó kì vọng $E(X) = np$ và phương sai $V(X) = np(1-p)$.

+/- Xét phép thử ngẫu nhiên T có không gian mẫu Ω là tập hợp chỉ gồm hai kết quả, kí hiệu L và $\bar{L}$, với $P(L) = p$ ($0 < p < 1$). Xét phép thử lặp T_1 : “Thực hiện n lần liên tiếp phép thử T một cách độc lập”. Gọi X là biến ngẫu nhiên rời rạc chỉ số lần xuất hiện kết quả L trong phép thử lặp T_1 . Khi đó, X có phân bố nhị thức với tham số n và p .

C. Hoạt động củng cố kiến thức mới

- VD5 giúp HS lập bảng phân bố xác suất dựa vào đó nhận biết được biến ngẫu nhiên rời rạc X có phân bố nhị thức không.

- VD6 giúp HS áp dụng được *công thức Bernoulli* tính nhanh được xác suất của biến cố cần tìm.

- VD7 giúp HS gọi biến ngẫu nhiên rời rạc X có phân bố nhị thức với tham số n và p trong đó biết tham số p và xác suất tính ngược lại tham số n . Dùng *công thức Bernoulli* tính $P(X = 0)$, do biến ngẫu nhiên rời rạc X có phân bố nhị thức nên $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$.

Theo đề bài $P(X \geq 1) > 9,5$ từ bpt đó ta tìm được tham số n .

- VD8 giúp HS gọi biến ngẫu nhiên rời rạc X có phân bố nhị thức với tham số $n = 3$ và $p = 0,7$ chính xác từ đó tính được xác suất của một số biến ngẫu nhiên rời rạc.

D. Hoạt động thực hành, luyện tập

LT3 giúp HS gọi biến ngẫu nhiên rời rạc X có phân bố nhị thức với tham số $n = 10$ và $p = \frac{1}{6}$ chính xác từ đó tính được xác suất của một số biến ngẫu nhiên rời rạc.

$$P(X \leq 3) = C_{10}^0 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{10} + C_{10}^1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^9 + C_{10}^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^8 + C_{10}^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^7$$

2. Củng cố, dẫn dắt

GV nhắc đề HS ghi nhớ:

+) Biến ngẫu nhiên rời rạc X được gọi là có *phân bố Bernoulli* với tham số $p \in (0,1)$, kí hiệu $X \sim Ber(p)$, nếu X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	0	1
P	$1-p$	p

+) Khái niệm *Phép thử lặp*

+) *Công thức Bernoulli*: Với mỗi k ($0 \leq k \leq n$), xét biến cố A_k : “Kết quả L xuất hiện k lần trong n lần thực hiện phép thử T một cách độc lập”. Khi đó:

$$P(A_k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n) \text{ với } P(L) = p$$

+) Biến ngẫu nhiên rời rạc X được gọi là có *phân bố nhị thức* với tham số n và p ($n \in \mathbb{N}^*, p \in (0, 1)$), kí hiệu $X \sim B(n, p)$, nếu X nhận các giá trị thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; \dots; n\}$ với xác suất:

$$P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

Bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X như sau:

X	0	...	k	...	n
P	$(1-p)^n$	...	$C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$	...	p^n

+) Chú ý:

- Giả sử X là biến ngẫu nhiên rời rạc có *phân bố nhị thức* với tham số n và p ($n \in \mathbb{N}^*, p \in (0, 1)$). Khi đó kì vọng $E(X) = np$ và phương sai $V(X) = np(1-p)$.
- Xét phép thử ngẫu nhiên T có không gian mẫu Ω là tập hợp chỉ gồm hai kết quả, kí hiệu L và $\bar{L}$, với $P(L) = p$ ($0 < p < 1$). Xét phép thử lặp T_1 : “Thực hiện n lần liên tiếp phép thử T một cách độc lập”. Gọi X là biến ngẫu nhiên rời rạc chỉ số lần xuất hiện kết quả L trong phép thử lặp T_1 . Khi đó, X có *phân bố nhị thức* với tham số n và p .

3. Cơ hội học tập, trải nghiệm, phát triển năng lực cho học sinh

GV cần khai thác các cơ hội để có thể hình thành và phát triển các NL toán học cho HS, tùy theo thời điểm cụ thể trong bài phù hợp với đặc trưng của NL đó. Chẳng hạn:

- Thông qua các thao tác: HS biết được bảng phân bố xác suất gọi là *phân bố Bernoulli* của biến ngẫu nhiên rời rạc X tạo cơ hội hình thành năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Thông qua các thao tác: HS biết được tính xác suất theo công thức *Bernoulli* khi có phép thử lặp tạo cơ hội hình thành năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Thông qua các thao tác: HS biết được biến ngẫu nhiên rời rạc X được gọi có *phân bố nhị thức* để tính các xác suất khác của phép thử lặp tạo cơ hội hình thành năng lực tư duy và lập luận toán học, NL giải quyết vấn đề toán học.

IV. LƯU Ý GIÁO VIÊN

- Phân bố Bernoulli áp dụng cho một phép thử duy nhất của một thí nghiệm có thể có một trong hai kết quả có thể xảy ra. Ví dụ kinh điển là việc tung một đồng xu, có thể có một trong hai kết quả xảy ra – mặt ngửa hoặc mặt sấp. Với số lần lặp độc lập hữu hạn ta có phân bố nhị thức.
- Phân bố Bernoulli có hai giá trị có thể có là 0 và 1. Phân bố nhị thức có thể là số nguyên bất kì từ 0 đến n , trong đó n là số biến thể Bernoulli được tính tổng.
- Phân bố Bernoulli là trường hợp đặc biệt của phân bố nhị thức khi tham số $n=1$
- Giả sử X là biến ngẫu nhiên rời rạc có *phân bố nhị thức* với tham số n và p ($n \in \mathbb{N}^*, p \in (0, 1)$). Khi đó kì vọng $E(X) = np$ và phương sai $V(X) = np(1-p)$.
- Xét phép thử ngẫu nhiên T có không gian mẫu Ω là tập hợp chỉ gồm hai kết quả, kí hiệu L và $\bar{L}$, với $P(L) = p$ ($0 < p < 1$). Xét phép thử lặp T_1 : “Thực hiện n lần liên tiếp phép thử T một cách độc

lập”. Gọi X là biến ngẫu nhiên rời rạc chỉ số lần xuất hiện kết quả L trong phép thử lặp T_1 . Khi đó, X có phân bố nhị thức với tham số n và p .